

**FORMULE DE CROISSANCE EXPÉRIMENTALE  
POUR LA SURFACE TERRIÈRE DE  
*PINUS NIGRA VAR. CALABRICA SCHN.***

par

**R. Goossens**

**1. Introduction**

O.D.C. 561.25

Dans des publications antérieures nous avons déjà montré qu'il était possible de représenter la surface terrière de *Pinus nigra* var. *calabrica* Schn., par une ellipse. D'autre part afin de pouvoir déterminer sans ambiguïté, aussi bien la grandeur que la forme et la croissance excentrique de la surface terrière, nous avons introduit trois paramètres.

Le premier de ces paramètres appelé « rayon représentatif » est représenté par le symbole  $r(c)$ ; c'est le rayon du cercle ayant la même surface que la surface terrière elliptique considérée. De cette définition résulte d'ailleurs la relation :

$$r(c) = \sqrt{ab} \quad (1)$$

L'introduction de cette nouvelle notion, permet par conséquent d'appliquer à une surface terrière elliptique la plupart des formules de la dendrométrie qui se rapportent à une surface terrière circulaire.

Le second paramètre représenté par le symbole  $V$  est une mesure de la forme de la surface terrière. Pour l'ellipse cette forme peut être caractérisée en considérant simplement le rapport entre  $a$  et  $b$  (cfr. fig. 1). Pratiquement et pour une surface terrière approximativement elliptique nous aurons :

$$V = \frac{a}{b} \quad (2)$$

ou

$$V = \frac{d_2}{d_1} \quad (V \geq 1) \quad (2')$$

où  $d_2$  est le diamètre maximum et  $d_1$  le diamètre perpendiculaire au premier. Par une simple modification des formules 2 ou 2' il

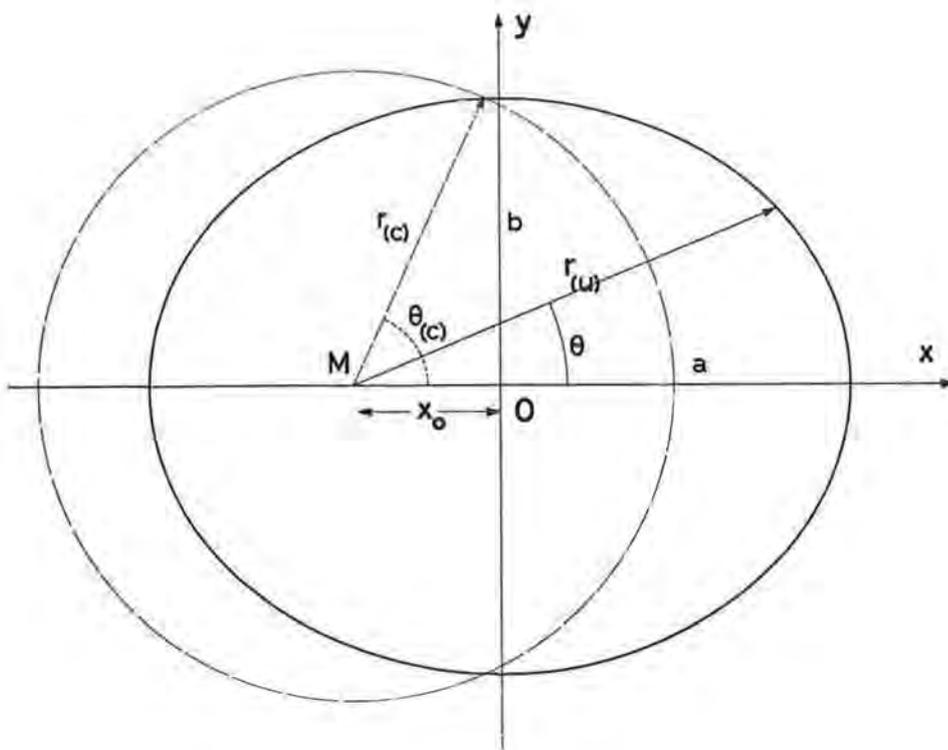


Fig. 1 - Représentation schématique d'une surface terrière elliptique

- $r(u)$  = rayon descriptif
- $r(c)$  = rayon représentatif
- $x_0$  = excentricité
- O = centre géométrique
- M = centre de la section (situation de la moelle du bois)
- a,b = axes de l'ellipse
- $\theta$  = situation du rayon descriptif par rapport au rayon maximum
- $\theta(c)$  = situation du rayon représentatif par rapport au rayon maximum.

est aisé d'adapter, dans les formules ultérieures, la forme de la surface terrière à la situation désirée ou existante; allant d'un cercle ( $V = 1$ ) jusqu'à une ellipse extrêmement aplatie.

Comme dans une section de tronc le « centre géométrique O » (point d'intersection des axes de symétrie) ne coïncide pas toujours avec le centre de la section M (situation de moelle du bois), il était utile également de pouvoir caractériser cette excentricité, qui est représentée par le symbole  $x_0$  et qui, ainsi que le montre la figure 1, est plus petite ou égale à zéro.

Comme dans les formules qui seront traitées ultérieurement l'influence de  $x_0$  est en grande partie conditionnée par la grandeur du rayon représentatif, nous avons introduit la notion d'excentricité relative avec :

$$e = \frac{x_0}{r(c)}$$

$$= \frac{x_0}{\sqrt{ab}} \quad (e \leq 0) \quad (3)$$

Bien que, par définition,  $x_0$  et  $e$  soient plus petits ou égaux à zéro nous ne considérerons dans l'exposé qui va suivre, que leurs valeurs absolues. Une fois les trois paramètres définis, il est possible d'établir une formule donnant la grandeur du rayon décrit pour une direction  $u$  (ou angle  $\theta$  par rapport au rayon maximum).

Si on le représente par le symbole  $r(u)$  on pourra calculer la grandeur du rayon descriptif en fonction de  $e, V, r(c)$  et  $\theta$  (ou  $u$ ) à l'aide de la formule ci-dessous :

$$r(u) = r(c) \frac{-e \cos \theta + \sqrt{e^2 \cos^2 \theta - (\cos^2 \theta + V^2 \sin^2 \theta) (e^2 - V)}}{\cos^2 \theta + V^2 \sin^2 \theta} \quad (4)$$

avec	$e \leq 0$	$0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
	$V \geq 1$	$u = 1, 2, 3, \dots, n$
	$r(c) > 0$	$(\Delta\theta = 360^\circ/n)$

étant donné que la reconstruction d'une surface terrière, les calculs du rayon descriptif en fonction des paramètres nommés ci-dessus se font toujours pour un intervalle  $\Delta\theta$ , nous avons introduit l'indice  $u$ , qui commençant au rayon maximum, prendra successivement les valeurs  $1, 2, 3, \dots, n$ .

Veut-on passer de cette formule statique (surface terrière au moment  $t$ ) à une formule de croissance (reconstruction de la surface terrière en calculant le rayon descriptif pour diverses valeurs de  $t$ ), survient alors la nécessité de connaître l'évolution des paramètres  $e, V$  et  $r(c)$  en fonction du temps  $t$ .

La formule de croissance provient donc en principe de la formule 4 en apportant quelques transformations qui mènent à l'expression générale suivante :

$$r(u;t) = r(c;t) \frac{-e_t \cos \theta + \sqrt{e_t^2 \cos^2 \theta - (\cos^2 \theta + V_t^2 \sin^2 \theta) (e_t^2 - V_t)}}{\cos^2 \theta + V_t^2 \sin^2 \theta} \quad (5)$$

avec	$r(c;t) = f_1(t)$	$0^\circ \leq \theta < 360^\circ$
	$e_t = f_2(t)$	$u = 1, 2, 3, \dots, n$
	$V_t = f_3(t)$	$(\Delta\theta = 360^\circ/n)$

Le but de l'article ci-dessous est donc de vérifier à quel point, pour une surface terrière du pin de Corse, les paramètres  $V_t, e_t$  et  $r(c;t)$  varient en fonction du temps et de quelle manière ces varia-

tions peuvent être utiles pour établir des expressions mathématiques pratiques.

Pratiquement il s'agit ici de déterminer les fonctions  $f_1(t)$ ,  $f_2(t)$  et  $f_3(t)$  dans la formule de base ci-dessus.

## 2. Evolution de divers paramètres en fonction du temps

### 21. Méthode

Pour pouvoir mesurer avec précision les grandeurs  $V_t$ ,  $e_t$  et  $r_{(e;t)}$ , nous avons utilisé une cinquantaine de sections de troncs de pin de Corse âgés de 60 ans, et provenant des forêts domaniales d'Arendonck. Les mesurages furent effectués sur des surfaces planées se trouvant perpendiculairement à l'axe verticale des arbres.

Sur le terrain, les troncs des arbres pris au hasard, furent marqués d'une ligne de repère à 1,30 m au-dessus du niveau du sol, de sorte qu'il nous fut possible de retrouver au laboratoire, la situation de la surface terrière pour chacun des troncs de l'échantillon.

Sur ces sections de troncs, on a mesuré le rayon maximum (sans écorce) ainsi que le rayon se trouvant dans son prolongement et ce pour les classes d'âges 60, 55, ... jusque 15 ans inclus. La direction ainsi déterminée représente en outre l'axe du modèle théorique (cfr. fig. 1).

Pour chaque section de tronc et pour les diverses classes d'âges (60, 55, ..., 15) on a mesuré ensuite la surface  $O_t$ . Ces mesures furent effectuées en recouvrant les sections de troncs d'une plaque de verre et en planimétrant les sections apparaissant à travers la plaque.

La valeur  $e_t$  peut alors être calculée à partir des 2 rayons et de la surface  $O_t$ . En prenant la différence entre ces rayons et en la divisant par 2 on obtient par définition la valeur absolue de l'excentricité  $x_{o(t)}$ . La surface planimétrée  $O_t$  qui correspond à la même classe d'âge que les 2 rayons, permet alors de calculer le rayon représentatif  $r_{(e;t)}$  au moyen de la formule

$$r_{(e;t)} = \sqrt{\frac{O_t}{\pi}} \quad (6)$$

de sorte que pour chaque section de tronc les valeurs  $e_t$  (pour  $t$  respectivement égal à 60, 55, ... jusque 15 inclus), deviennent des quantités connues en divisant chaque  $x_{o(t)}$  par la valeur correspondante de  $r_{(e;t)}$ .

Pour une section de tronc donnée, les paramètres  $V_t$  pourront être calculés à partir des mêmes éléments. Comme nous l'avons

établi plus haut,  $V_t$  est par définition égal au rapport entre  $a_t$  et  $b_t$  ou  $2a_t$  et  $2b_t$ . Le grand axe  $2a_t$  est égal à la somme des rayons mesurés ci-dessous au moment correspondant  $t$  (voir la figure 2, les rayons  $r_{(1;t)}$  et  $r_{(9;t)}$ ). La valeur de  $2b_t$  n'est cependant pas égale à la somme des 2 rayons qui partent du centre de l'arbre  $M$ , perpendiculairement au rayon maximum (voir la figure 3, les rayons  $r_{(5;t)}$  et  $r_{(13;t)}$ ), mais bien à  $LL'$  qui coupe l'axe  $2a_t$  en un point  $O$ , point que l'on appelait jadis, et par définition, le centre géométrique.

Pour éviter au cours de la détermination de  $V_t$ , la construction répétée de la médiatrice du segment  $2a$  ce qui, s'ajoutant à la mesure à posteriori de  $2b$ , pourrait donner lieu à des erreurs relativement grandes, nous calculerons ce paramètre à partir de la surface planimétrée. En effet, les erreurs aussi bien sur  $2a$  que sur  $2b$ , exercent une grande influence sur le rapport de ces deux grandeurs et par conséquent sur la valeur de  $V_t$ .

Comme la forme de la surface terrière est représentée ici par une ellipse (Goossens [5]), il est possible de calculer la grandeur  $2b$  à partir de deux mesures ayant une précision relativement plus grande; à savoir la surface planimétrée  $O_t$  et la somme des 2 rayons qui déterminent la grandeur  $2a_t$  et que nous avons égalées à  $d_2$  (diamètre sans écorce).

Par définition on peut égaler la surface planimétrée à :

$$O_t = \frac{\pi}{4} d_{1(t)} d_{2(t)} \quad (7)$$

où  $d_{1(t)}$  n'est pas mesuré sur la section de tronc et doit par conséquent être remplacé par une valeur connue.

Par définition on sait que :

$$V_t = \frac{a_t}{b_t} = \frac{d_{2(t)}}{d_{1(t)}}$$

En substituant la valeur de  $d_{1(t)}$  (cfr. formule 7) dans l'égalité ci-dessus, on obtient :

$$V_t = \frac{\pi d_{2(t)}^2}{4 O_t} \quad (8)$$

C'est au moyen de l'expression ci-dessus, que toutes les valeurs de  $V_t$  furent déterminées sur les sections de troncs.

## 22. Le paramètre $V_t$

### 221. Répartition en classes $V_g$

Comme nous l'avons mentionné plus haut, nous avons déterminé chacune des cinquante sections de troncs, dix valeurs  $V_t$ ,

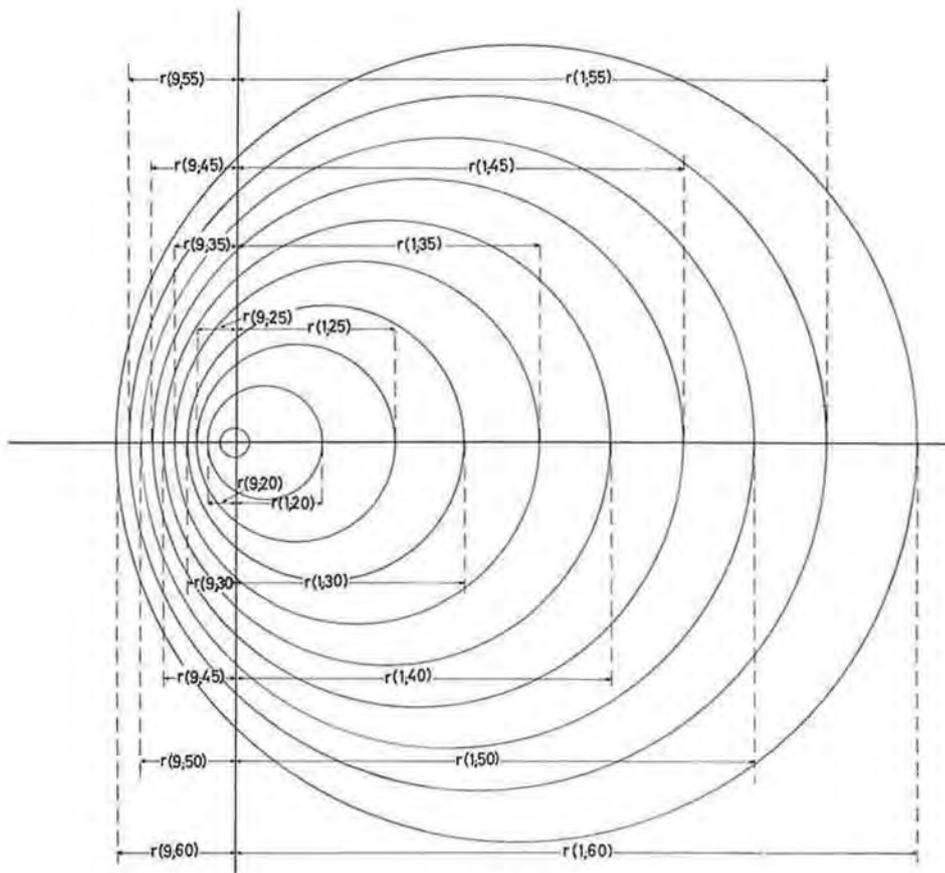


Fig. 2

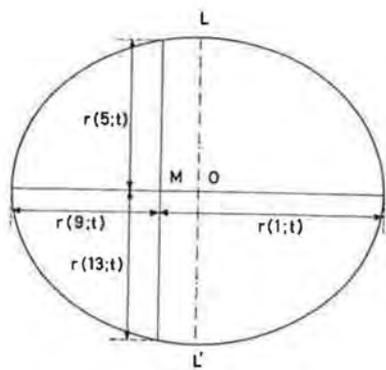


Fig. 3

ce qui correspond au total à cinq cents observations. Ces observations ne peuvent évidemment pas être analysées telles quelles. Une représentation graphique en fonction du temps de tout les points obtenus, donne simplement un nuage de points à partir duquel il est difficile d'établir une quelconque conclusion ou loi régissant le phénomène.

Comme le projet principal était de contrôler l'évolution de  $V_t$  en fonction du temps pour une surface donnée, il est nécessaire de pouvoir trouver un moyen permettant d'employer l'ensemble des valeurs  $V_t$  qui appartiennent à une section de tronc donnée, comme base d'une division de la population en classes.

Ce nouveau paramètre de classe  $V_g$  peut être pris égal à la moyenne des dix valeurs  $V_t$ , qui sont calculées pour chaque section de tronc. Il apparaîtra plus tard que la limitation de l'âge, c'est-à-dire l'hypothèse stipulant que la surface terrière devrait toujours avoir un âge de 60 ans, n'aura pas la moindre incidence. Le paramètre  $V_g$  est introduit simplement pour obtenir un classement valable, qui permette de réaliser pour chacune de ces classes un ajustement graphique et mathématique de  $V_t$  en fonction de  $t$ .

Les classes  $V_g$  qui furent retenues sont les suivantes :

$V_g$	limites
1,030	1,015 — 1,045
1,060	1,045 — 1,075
1,090	1,075 — 1,105
1,120	1,105 — 1,135
1,150	1,135 — 1,165

L'histogramme de la figure 4 représente la distribution de ces classes en pourcent, pour l'échantillon de cinquante sections de troncs considéré plus haut.

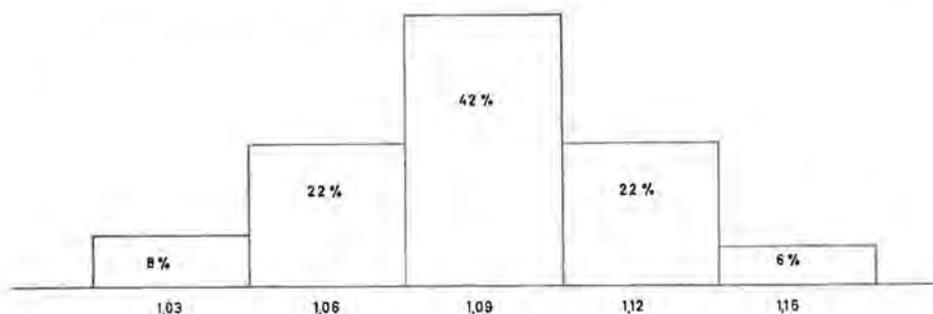


Fig. 4

## 222. Ajustement graphique selon deux directions

Pour chacune des cinq classes adoptées on calcule successivement pour les âges de 15, 20, ..., 60 ans, la valeur moyenne de  $V_t$ . C'est à partir de ces seules moyennes, qui correspondent chacune à un moment et une classe  $V_g$ , que les représentations graphiques et les ajustements mathématiques seront effectués. L'évolution des valeurs moyennes  $V_t$  en fonction du temps, pour les 5 classes  $V_g$ , pourrait être représentée graphiquement. Cependant en raison des déviations aléatoires et d'erreurs de mesures, il est difficile ou même impossible d'effectuer un ajustement mathématique d'une courbe de degré  $n$  et en même temps d'intégrer l'influence de paramètre  $V_g$  dans l'ajustement.

Pour nous épargner des recherches et des calculs inutiles, il convient de corriger d'abord la représentation graphique selon une méthode développée par Coulmy [2].

Le résultat de ces calculs et corrections appliqué aux relations  $V_t$ ,  $t$  et  $V_g$  est représenté dans la figure 5. Comme ces corrections ont été faites deux fois successivement, à savoir une fois pour le rapport entre  $V_t$  et  $t$  (avec  $V_g$  comme paramètre) et une fois pour le rapport entre  $V_t$  et  $V_g$  (avec  $t$  comme paramètre), il est possible, avec la méthode ci-dessus, de prédire le degré de l'équation qui devra éventuellement être ajusté.

Dans le paragraphe suivant on peut tenir compte de ce résultat pour l'ajustement mathématique de la relation entre  $V_t$  et  $t$ , qui sera du deuxième degré, tandis que la relation de  $V_g$  et  $V_t$  est linéaire.

## 223. Ajustement mathématique

Comme à priori (cfr. les résultats du paragraphe 222) une équation du deuxième degré doit être adaptée pour la relation entre  $V_t$  et  $t$ , celle-ci prendra la formule générale de :

$$V_t = At^2 + Bt + C$$

Les inconnues  $A$ ,  $B$  et  $C$  devront être calculées cinq fois de suite, chaque classe  $V_g$  exigeant sa propre équation.

Si nous affectons les coefficients d'un indice  $i$  pour montrer qu'ils appartiennent à une certaine classe  $V_g$ , les classes étant simplement numérotées de 1 à 5 ( $i = 1$  pour  $V_g = 1,030$ , etc...), l'équation du second degré prendra la forme générale :

$$V_t = A_i t^2 + B_i t + C_i \quad (9)$$

D'autre part dans le paragraphe précédent, nous sommes arrivé à la conclusion que la relation entre  $V_t$  et  $V_g$  est linéaire.

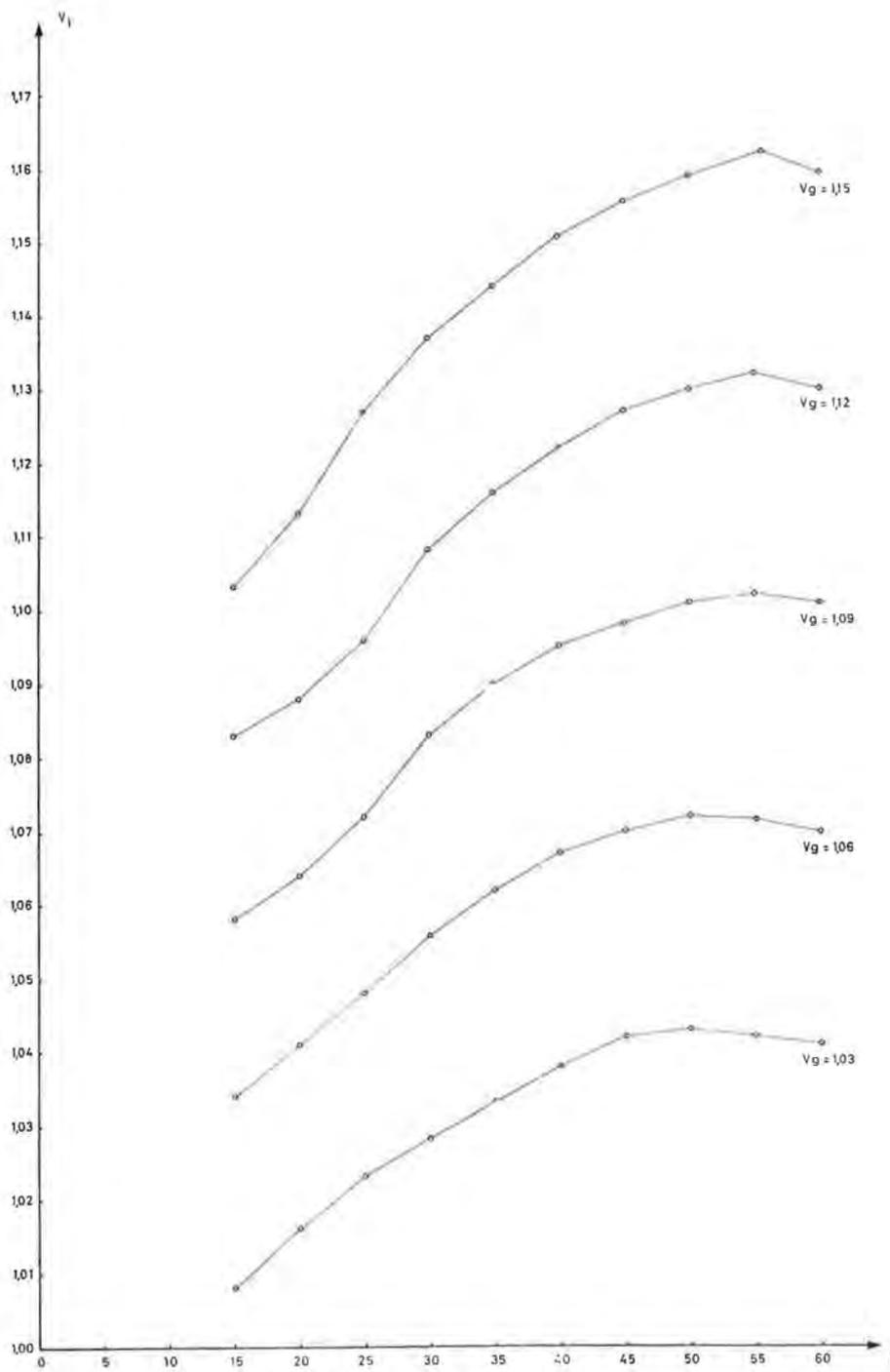


Fig.5- Représentation graphique de l'évolution de  $V_t$  en fonction du temps pour les diverses classes  $Vg_i$ , après ajustement graphique selon deux directions

Par analogie avec la relation précédente nous pouvons écrire :

$$V_t = \alpha_t + \beta_t Vg \quad (10)$$

où  $\alpha_t$  et  $\beta_t$  doivent être calculés dix fois, parce que  $t$  prenant successivement les valeurs 15, 20, jusque et y compris 60 années.

De l'égalité des relations (9) et (10) il résulte que :

$$A_i t^2 + B_i t + C_i = \alpha_t + \beta_t Vg$$

avec  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ .

La détermination des coefficients  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  en fonction du paramètre  $Vg_i$ , s'effectue par la méthode des moindres carrés, qui finalement nous donnera à résoudre le système suivant :

$$(11) \begin{cases} A_i \sum_1^{10} t_j^4 + B_i \sum_1^{10} t_j^3 + C_i \sum_1^{10} t_j^2 = \sum_1^{10} t_j^2 (\alpha_j + \beta_j Vg_i) \\ A_i \sum_1^{10} t_j^3 + B_i \sum_1^{10} t_j^2 + C_i \sum_1^{10} t_j = \sum_1^{10} t_j (\alpha_j + \beta_j Vg_i) \\ A_i \sum_1^{10} t_j^2 + B_i \sum_1^{10} t_j + C_i \sum_1^{10} 1 = \sum_1^{10} (\alpha_j + \beta_j Vg_i) \end{cases}$$

avec :

$$t_{j-1} = 15, t_{j-2} = 20, \dots, t_{j-9} = 55, t_{j-10} = 60$$

et aussi

$$\begin{array}{ll} Vg_{i-1} = 1,030 & \sum_1^{10} t_j = 375 \\ Vg_{i-2} = 1,060 & \sum_1^{10} t_j^2 = 16.125 \\ Vg_{i-3} = 1,090 & \sum_1^{10} t_j^3 = 759.375 \\ Vg_{i-4} = 1,120 & \sum_1^{10} t_j^4 = 37.933.125 \\ Vg_{i-5} = 1,150 & \end{array}$$

La matrice de ce système est égale à :

$$\left\| \begin{array}{ccc} 37.933.125 & 759.375 & 16.125 \\ 759.375 & 16.125 & 375 \\ 16.125 & 375 & 10 \end{array} \right\|$$

et la matrice inverse est donnée par :

$$\left\| \begin{array}{ccc} 0,30303 \cdot 10^{-5} & -0,22727 \cdot 10^{-3} & 0,36364 \cdot 10^{-2} \\ -0,22727 \cdot 10^{-3} & 0,17530 \cdot 10^{-1} & -0,29091 \\ 0,36364 \cdot 10^{-2} & -0,29091 & 5,14545 \end{array} \right\|$$

On en dérive les valeurs  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  en fonction de  $V_{g_i}$ ,  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  :

$$\begin{aligned}
 A_i &= 0,30303 \cdot 10^{-5} \sum_1^{10} t_j^2 (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) - 0,22723 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) \\
 &\quad + 0,36367 \cdot 10^{-2} \sum_1^{10} (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) \\
 B_i &= -0,22727 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j^2 (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) + 0,17530 \cdot 10^{-1} \sum_1^{10} t_j (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) \\
 &\quad - 0,29091 \sum_1^{10} (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) \\
 C_i &= 0,36364 \cdot 10^{-2} \sum_1^{10} t_j^2 (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) - 0,29091 \sum_1^{10} t_j (\alpha_j + \beta_j V_{g_i}) \\
 &\quad + 5,14545 \sum_1^{10} (\alpha_j + \beta_j V_{g_i})
 \end{aligned}$$

Après développement et classement suivant  $V_{g_i}$ , on obtient pour  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  la relation linéaire suivante :

$$\begin{aligned}
 A_i &= 0,30303 \cdot 10^{-5} \sum_1^{10} t_j^2 \alpha_j - 0,22727 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j \alpha_j + 0,36364 \cdot 10^{-2} \sum_1^{10} \alpha_j \\
 &\quad + V_{g_i} (0,30303 \cdot 10^{-5} \sum_1^{10} t_j^2 \beta_j - 0,22727 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j \beta_j + 0,36364 \cdot 10^{-2} \sum_1^{10} \beta_j) \\
 B_i &= -0,22727 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j^2 \alpha_j + 0,17530 \cdot 10^{-1} \sum_1^{10} t_j \alpha_j + 0,29091 \sum_1^{10} \alpha_j \\
 &\quad + V_{g_i} (-0,22727 \cdot 10^{-3} \sum_1^{10} t_j^2 \beta_j + 0,17530 \cdot 10^{-1} \sum_1^{10} t_j \beta_j - 0,29091 \sum_1^{10} \beta_j) \\
 C_i &= 0,36364 \cdot 10^{-2} \sum_1^{10} t_j^2 \alpha_j - 0,29091 \sum_1^{10} t_j \alpha_j - 5,14545 \sum_1^{10} \alpha_j \\
 &\quad + V_{g_i} (0,36364 \sum_1^{10} t_j^2 \beta_j - 0,29091 \sum_1^{10} t_j \beta_j + 5,14545 \sum_1^{10} \beta_j)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Pour pouvoir calculer les valeurs  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  en fonction de  $V_g$ , nous devons déterminer tout d'abord  $\alpha_j$  et  $\beta_j$ . Comme nous l'avons montré plus haut, ces dix valeurs  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  sont calculées à partir des dix relations linéaires entre  $V_t$  et  $V_{g_i}$ ;  $t_j$  représentant maintenant le paramètre.

Comme nous avons retenu cinq classes  $Vg$ , nous disposerons de cinq points pour le calcul des coefficients de chacune des dix équations.

Afin de pouvoir effectuer les calculs avec plus d'exactitude, nous ne sommes pas partis de l'équation de base classique mais bien de l'expression suivante :

$$V_{t(i)} - 1 = A_j + B_j (Vg_i - 1) \quad (12)$$

Ces coefficients provisoires furent à nouveau calculés au moyen de la méthode des moindres carrés, d'où il vient :

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} B_j = \frac{5 \sum_1^5 (Vg_i - 1)(V_{t(i)} - 1) - \sum_1^5 (Vg_i - 1) \sum_1^5 (V_{t(i)} - 1)}{5 \sum_1^5 (Vg_i - 1)^2 - \left(\sum_1^5 (Vg_i - 1)\right)^2} \\ A_j = \frac{5 \sum_1^5 (V_{t(i)} - 1) - B_j \sum_1^5 (Vg_i - 1)}{5} \end{array} \right.$$

avec  $i = 1, 2, 3, 4$  et  $5$

En substituant les valeurs trouvées de  $A_j$  et  $B_j$  dans l'équation (12), et en la réduisant à la forme fondamentale, nous obtiendrons automatiquement les valeurs de  $\alpha_j$  et  $\beta_j$ .

La table 1 donne les valeurs calculées  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  pour  $j$  égal à 1, 2, 3, ..., 10 ce qui correspond respectivement aux valeurs 15, 20, ..., 60, du paramètre  $t$ .

Tableau 1

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 4$	$j = 5$	$j = 6$
$\alpha$	0,196300	0,188767	0,143067	0,094534	0,078734	0,087767
$\beta$	0,790000	0,803333	0,853333	0,906666	0,926666	0,923333

	$j = 7$	$j = 8$	$j = 9$	$j = 10$
$\alpha$	0,069767	0,047334	0,008167	0,024734
$\beta$	0,943333	0,966666	1,003333	0,986666

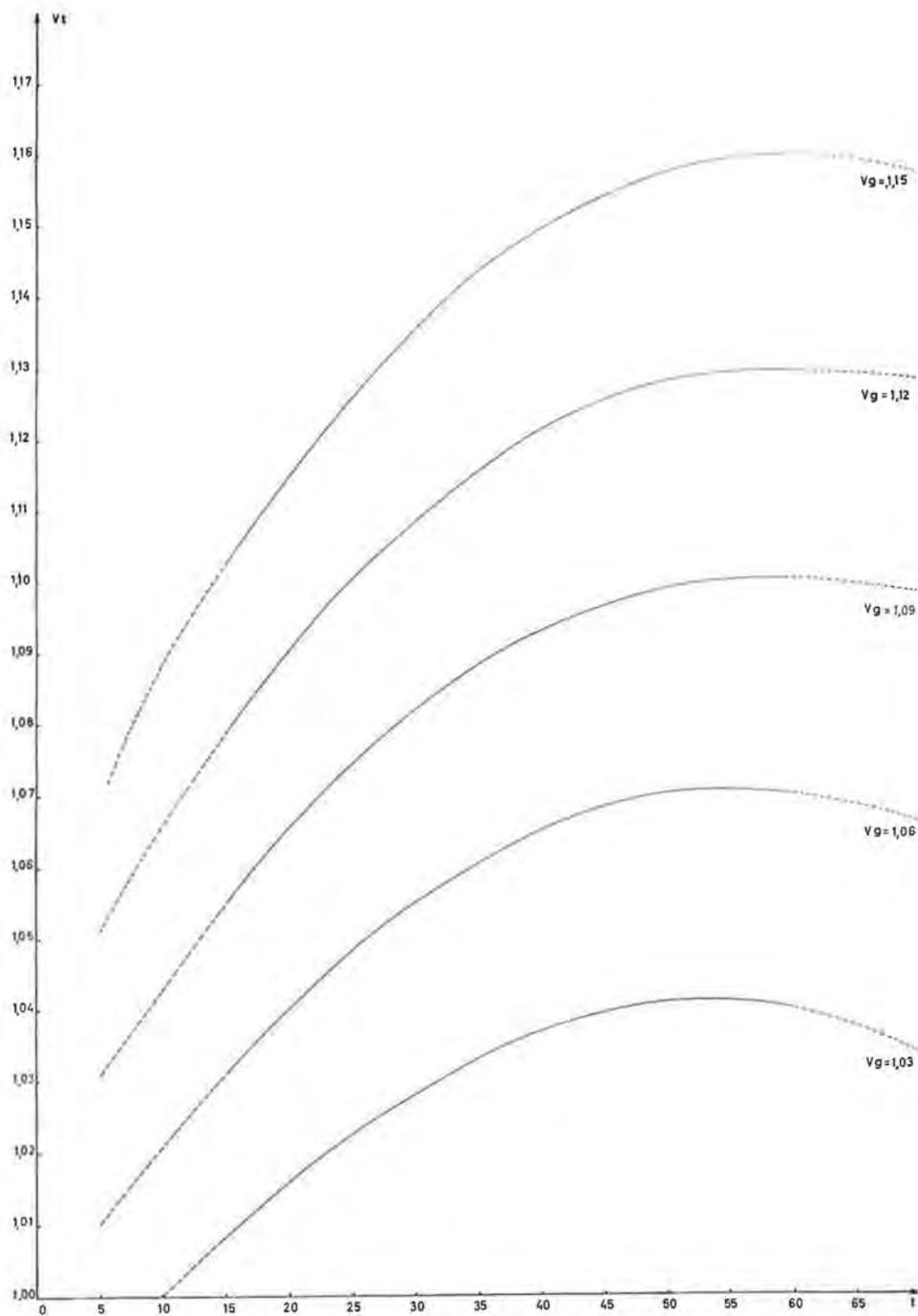


Fig.6- Représentation graphique de l'évolution de  $V_t$  en fonction du temps pour les diverses classes  $V_g$ , après ajustement mathématique.

Au moyen de ces valeurs  $\alpha_j$  et  $\beta_j$  nous pouvons calculer les sommes suivantes :

$$\begin{aligned} \sum_1^{10} t_j^2 \alpha_j &= 904,408875 & \sum_1^{10} t_j^2 \beta_j &= 15374,90862 \\ \sum_1^{10} t_j \alpha_j &= 26,838345 & \sum_1^{10} t_j \beta_j &= 350,983155 \\ \sum_1^{10} 1 \alpha_j &= 0,939171 & \sum_1^{10} 1 \beta_j &= 9,103329 \end{aligned}$$

En substituant des sommes calculées ci-dessus dans l'expression (11), nous obtenons finalement les valeurs de  $A_1$ ,  $B_1$  et  $C_1$  en fonction du paramètre  $V_{g_1}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = 0,561629 \cdot 10^{-4} - 0,754251 \cdot 10^{-4} V_{g_1} \\ B_1 = -0,827678 \cdot 10^{-2} + 0,102978 \cdot 10^{-1} V_{g_1} \\ C_1 = 0,313698 + 0,645472 V_{g_1} \end{array} \right. \quad (13)$$

Si nous remplaçons dans les équations ci-dessus  $V_{g_1}$  par les valeurs successives 1,030, 1,060, 1,090, 1,120 et 1,150, nous pourrions calculer les coefficients des équations du deuxième degré en  $V_t$  et  $t$  pour les classes correspondantes  $V_{g_1}$ .

Ces équations sont reprises dans la table 2, la présentation graphique étant donnée dans la figure 6.

Tableau 2

classes $V_{g_1}$	équations
1,030	$V_t = -0,215249 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,232996 \cdot 10^{-2} t + 0,978328$
1,060	$V_t = -0,237877 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,263889 \cdot 10^{-2} t + 0,997686$
1,090	$V_t = -0,260504 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,294783 \cdot 10^{-2} t + 1,017040$
1,120	$V_t = -0,283132 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,325676 \cdot 10^{-2} t + 1,036400$
1,150	$V_t = -0,305759 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,356569 \cdot 10^{-2} t + 1,055760$

### 23. Le paramètre $e_t$

#### 231. Répartition en classes $e_g$

Pour les mêmes raisons que celles évoquées ci-dessus, nous avons réparti les valeurs  $e_t$  en classes pour lesquelles le niveau, ainsi que nous l'avons fait pour le paramètre  $V_t$ , fut calculé à partir des moyennes des valeurs  $e_t$  pour dix âges différents (15, 20, ..., 60).

Tenant compte de la valeur maximum de  $e_t$ , on a divisé l'intervalle allant de zéro jusqu'à cette valeur maximale en cinq classes ayant les niveaux respectifs suivants :

<i>classes <math>e_g</math></i>	<i>limites</i>
0,015	0,005 — 0,025
0,035	0,025 — 0,045
0,055	0,045 — 0,065
0,075	0,065 — 0,085
0,095	0,085 — 0,105

La répartition en pourcent de ces classes est représentée dans la figure 7.

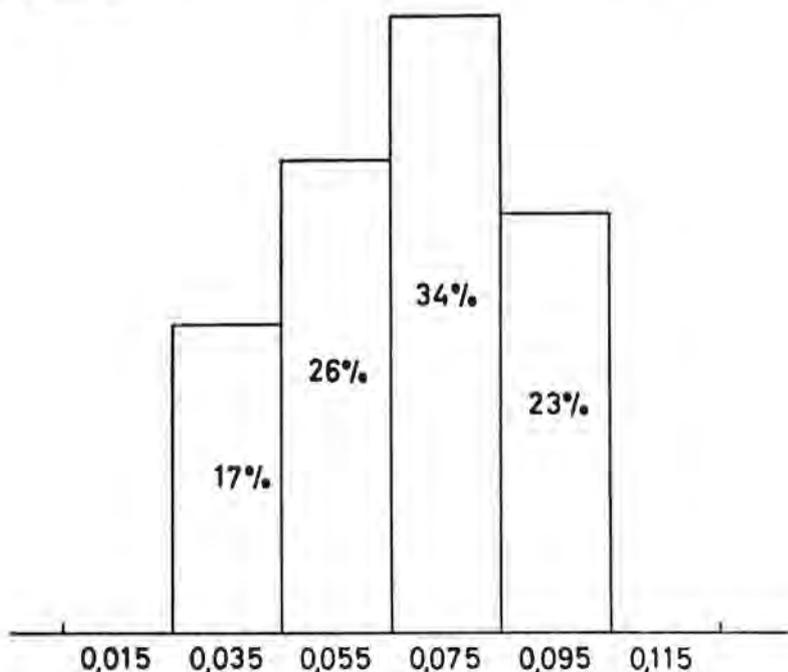


Fig. 7

### 232. Ajustement graphique dans deux directions

Pour l'ajustement graphique dans deux directions, nous avons suivi exactement la même méthode que celle décrite dans le paragraphe 222. Cette méthode nous permet de déterminer le degré de l'équation qui doit être ajusté à l'évolution de  $e_t$  en fonction du temps. Pour toutes les classes cette équation est du premier degré.

La figure 8 nous donne la représentation graphique obtenue après avoir effectué une correction du deuxième ordre (Coulmy [2]). Il en découle qu'un ajustement mathématique pour les classes  $e_g$  n'auront aucun sens, il est évident en effet, que nous pouvons

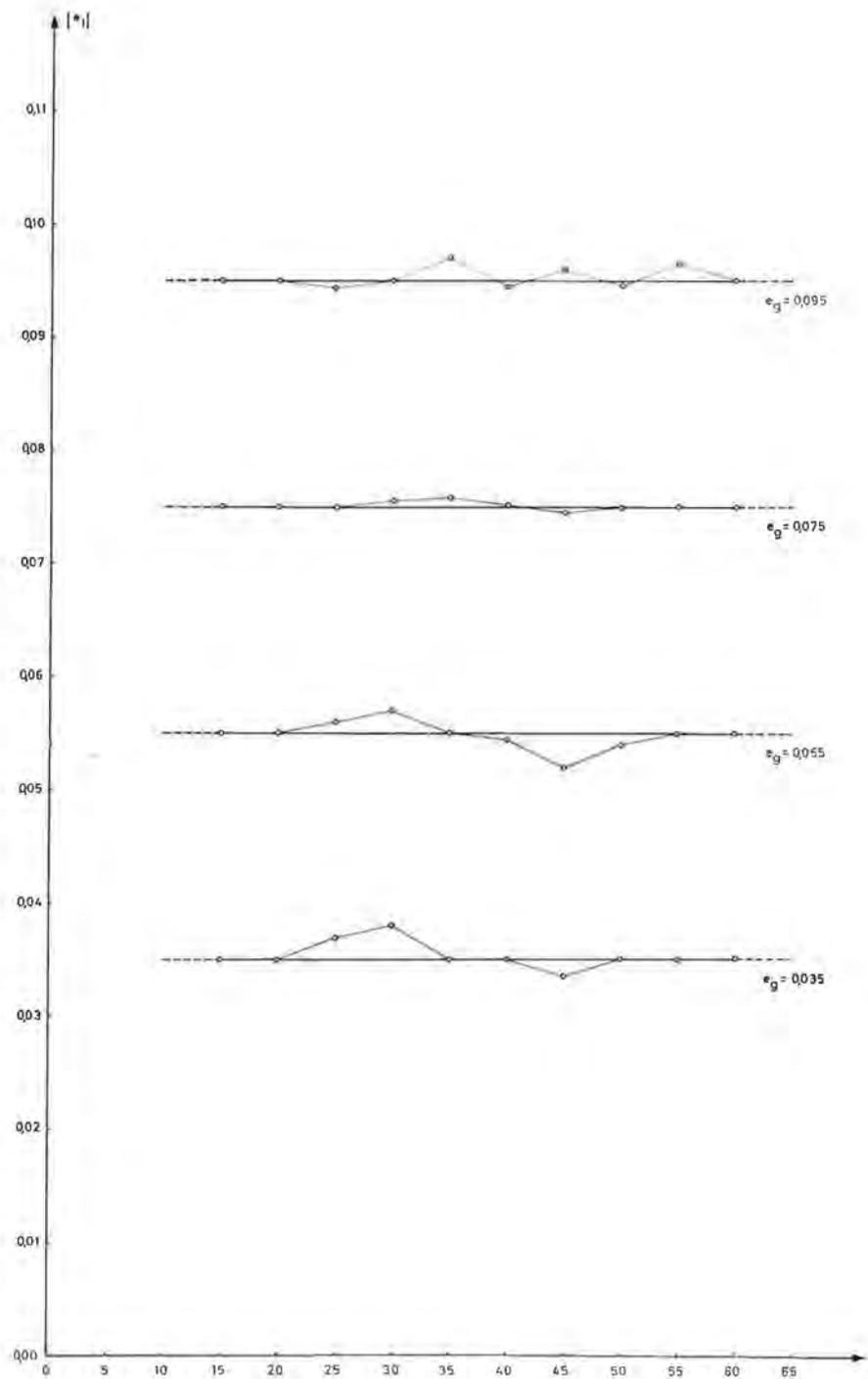


Fig.8- Représentation graphique de l'évolution de  $e_t$  en fonction du temps pour les diverses classes  $e_g$ , après ajustement graphique selon deux directions.

tracer par ces points des droites, parallèles à l'axe des abscisses qui couperont l'axe des ordonnées à hauteur de leurs valeurs respectives  $e_g$ .

Pratiquement ceci signifie pour une section de tronc donnée, l'excentricité relative est à peu près constante dans le temps.

#### 24. Le paramètre $r(c;t)$

##### 241. Formule de croissance

Pour déterminer mathématiquement la loi régissant le changement du rayon représentatif en fonction du temps, nous pouvions employer plusieurs formules, qui furent présentées dans ce but par des chercheurs tels que Spath, Hossfeld, Smalian, Hegershoff, Backman, Petterson, Robertson.

Dans la plupart des cas de telles formules sont employées pour calculer la croissance en hauteur ou pour obtenir une représentation graphique continue, à partir d'un nombre restreint de données.

L'emploi dans le présent travail de la formule de Backman découle du fait que Thomas [10,11] et Goossens [3,4,7] ont montré que cette formule permettait une très bonne caractérisation de la croissance des arbres et des peuplements.

Comme nous le savons, la formule de croissance se présente comme suit :

$$y = c_0 \int_{-\infty}^x e^{-x^2} dx \quad (14)$$

où  $x = c_1 + c_2 \log t$  (temps physiologique)  
 $y =$  la croissance (par exemple en une année)  
 $t =$  le temps physique (par exemple en années)

La formule d'accroissement qu'on pourrait éventuellement en déduire, possède par contre la forme générale suivante :

$$\log y' = k_0 + k_1 \log t + k_2 \log t^2 \quad (15)$$

##### 242. Classement en classes d'accroissement et ajustement mathématique

Pour des raisons pratiques nous avons limité les nombres des classes de croissances (paramètre  $Gg$ ) à trois.

Comme base nous avons pris l'accroissement moyen annuel du rayon représentatif à l'âge de soixante ans, en nous servant des techniques exposées ci-dessus et en employant une cinquantaine de sections de troncs de même âge. Pour chaque section de tronc

nous avons planimétré les surfaces terrières pour les âges de 60, 55,... jusque et y compris 15 ans, et ensuite nous avons calculé les rayons représentatifs pour chacune de ces classes d'âges. La division par cet âge du rayon représentatif à soixante ans, nous donne l'accroissement moyen annuel de ce rayon; accroissement qui doit servir comme base pour le classement en classes d'accroissement.

<i>Classe d'accroissement</i>	<i>Limites</i>	<i>Nombres de sections de troncs</i>
0,200 cm/an	0,175 — 0,225	36 %
0,250 cm/a	0,225 — 0,275	40 %
0,300 cm/a	0,275 — 0,325	24 %

Nous avons calculé ensuite par âge et pour chaque classe le rayon représentatif moyen. Les dix valeurs ainsi obtenues pour chaque classe serviront de base pour tous les calculs que nous effectuerons dans la suite.

Le fait que ces calculs furent effectués en partant de la formule d'accroissement et non à partir de la formule de croissance s'explique par le fait, qu'il est encore plus difficile de déterminer la valeur asymptotique  $J$  pour la croissance du diamètre (ou du rayon) que pour la croissance des hauteurs. A ceci s'ajoute encore que pour la croissance du diamètre et contrairement à ce qui se passe pour la croissance en hauteur, nous ne pouvons disposer que d'une série de points ne permettant pas une présentation graphique continue immédiate. Ceci peut être expliqué par le fait que la croissance du diamètre est plus influencée par les éclaircissements périodiques que la croissance en hauteur; ce qui implique comme conséquence, que la croissance du diamètre est assez irrégulière.

Pour cette raison et pour l'obtention d'une programmation simple du problème sur l'ordinateur, il n'est pas possible de partir de la formule de croissance, la détermination de  $c_0$  dépendant directement de la valeur asymptote qui doit être choisie.

Dans notre cas il est évident que pour la détermination de l'accroissement de  $r_{(c;t)}$  les conditions d'ajustement les meilleures seront obtenues en employant les points afférents aux diverses classes d'âges. Ceci nous ramène à la méthode des moindres carrés, qui dans ce cas, est applicable uniquement à la formule d'accroissement.

Après avoir établi que la somme des carrés des écarts doit être minimum et après avoir résolu pour les trois classes d'accroissement retenues le système ci-dessous :

$$(16) \begin{cases} k_2 \sum_1^{10} \log^4 t_i + k_1 \sum_1^{10} \log^3 t_i + k_0 \sum_1^{10} \log^2 t_i = \sum_1^{10} \log^2 t_i \log y_i \\ k_2 \sum_1^{10} \log^3 t_i + k_1 \sum_1^{10} \log^2 t_i + k_0 \sum_1^{10} \log t_i = \sum_1^{10} \log t_i \log y_i \\ k_2 \sum_1^{10} \log^2 t_i + k_1 \sum_1^{10} \log t_i + n k_0 = \sum_1^{10} \log y_i \end{cases}$$

nous pourrons calculer les valeurs respectives de  $k_0$ ,  $k_1$  et  $k_2$ .

La table 3 nous donne un aperçu général de ces trois formules d'accroissement, tandis que la figure 9 nous donne la représentation graphique. Dans ce graphique il apparaît clairement que la dispersion des points autour des courbes calculées est plus irrégulière que dans le cas de la croissance en hauteur. En outre l'influence de l'intervention périodique dans le peuplement est très perceptible, les points originaux évoluant selon une ligne en forme de zig-zag.

Tableau 3

classe d'accroissement (cm/an)	Formule d'accroissement selon Backman
$G_{g_1} = 0,200$	$\log y' = -0,26666 \cdot 10^{-3} - 0,35907 \log t$ $- 0,091123 \log^2 t$
$G_{g_1} = 0,250$	$\log y' = -0,10710 \cdot 10^{-3} - 0,040538 \log t$ $- 0,27087 \log^2 t$
$G_{g_1} = 0,300$	$\log y' = -0,35670 \cdot 10^{-3} - 0,16093 \log t$ $- 0,098715 \log^2 t$

Finalement il est important de signaler que dans la formule de croissance de la surface terrière, il importe de connaître la grandeur  $r_{(c;t)}$  au moment  $t$  et non l'accroissement. Pour pouvoir employer ici les formules de la table 3 on pourrait au moyen des formules connues, transformer les coefficients  $k_0$ ,  $k_1$  et  $k_2$  en coefficients  $c_0$ ,  $c_1$  et  $c_2$ . Cette manière de procéder a cependant un double désavantage. Tout d'abord une formule de croissance suppose une augmentation continue du phénomène de croissance considéré, en fonction du temps; allant de zéro jusqu'à un moment  $t$ , ce qui fait qu'il est impossible de séparer du résultat total la part qui revient aux quinze premières années; période pour laquelle en fait la formule n'est plus valable. Ceci est dû au fait que chez les arbres, la croissance durant les dix à quinze premières années est la résultante de plusieurs cycles, ayant chacun leur effet et leur expression mathématique.

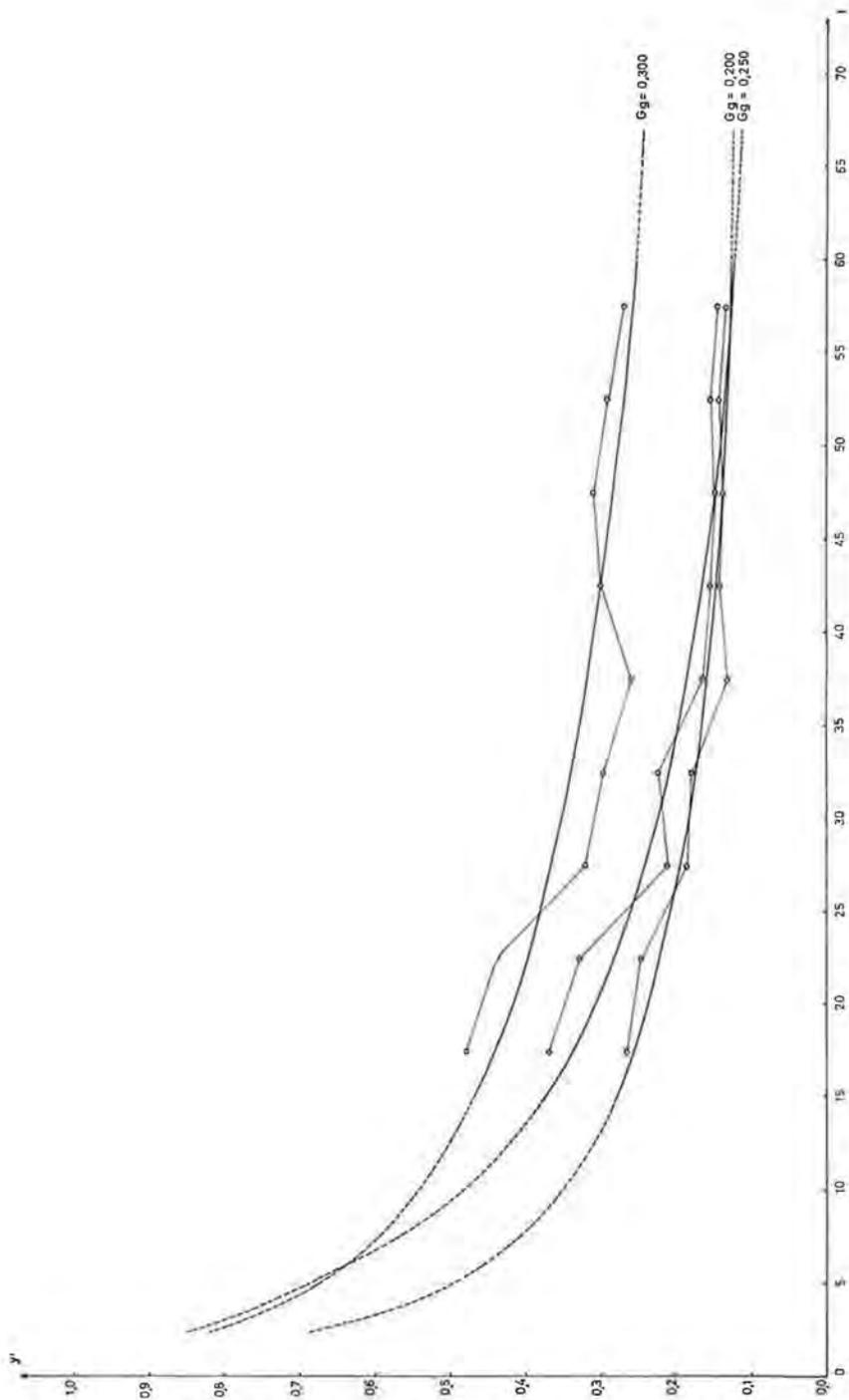


Fig.9- Représentation graphique de l'évolution de l'accroissement ( $y'$ ) du rayon représentatif en fonction du temps, pour les diverses classes  $G_g$ .

L'emploi de cette formule de croissance unique nous donnera par conséquent une valeur qui sera toujours trop petite. Pour résoudre ce problème, nous sommes à nouveau parti des données de base, à partir desquelles furent calculés les paramètres de classe  $Gg_1$ , c'est-à-dire les rayons  $r_{(e;60)}$ , dont les valeurs pour les classes 0,200 0,250 et 0,300 sont respectivement égales à 12,0, 15,0 et 18,0 cm. Si tous les cinq ans, nous retranchons cinq fois l'accroissement calculé  $y'$  (en tenant compte de la classe) qui correspond au point central de la période considérée, nous obtiendrons successivement les valeurs  $r_{(e;t)}$  pour les âges 55, 50,..., jusque et y compris 15 ans. La table 4 nous donne les résultats pour ces trois classes.

Mathématiquement cette dernière méthode est moins précise, car nous supposons ici que l'accroissement  $y'$  pour une période de cinq ans reste constant et égal à l'accroissement obtenu pour le point qui correspond au milieu de la période considérée. Pratiquement ceci n'a pas grande importance car la situation rendue est une situation moyenne, qui suit très bien les tendances générales.

Les trois classes d'accroissement retenues font ressortir assez clairement ces tendances. La classe inférieure (0,200 cm/an) représente les arbres pour lesquels l'accroissement de la surface terrière est assez régulière mais reste plus ou moins inférieure à ce que l'on pourrait attendre. La seconde classe (0,250 cm/an) comprend les arbres ayant une croissance qui est d'abord rapide et qui ensuite diminue peu à peu pour arriver finalement à une croissance inférieure à celle de la classe la plus basse. Quant au troisième groupe, il renferme les arbres pour lesquels la croissance est d'abord relativement lente et qui, à un âge plus avancé, donnent finalement l'accroissement de la surface terrière le plus important.

Ces trois classes contiennent donc bien les trois groupes d'arbres avec lesquels par l'étude de la dynamique des peuplements est familiarisé le forestier. La première classe contient en effet tous les arbres qui sont déjà dominés dans leur jeunesse et qui contribuent donc d'une façon plus ou moins limitée à la formation du peuplement final. Le second groupe contient les arbres ayant une croissance rapide dans leur jeunesse et qui se sont maintenus les vingt premières années dans l'étage supérieur, pour ensuite perdre de plus en plus de leur croissance en hauteur par rapport aux représentants de la dernière classe. Ceci a pour conséquence qu'ils sont de plus en plus dominés, ce qui fait que leurs cimes deviennent plus petites et que leur croissance en grosseur diminue également très fort. La troisième classe contient les arbres qui se sont placés du premier moment, ou en tout cas très tôt dans l'étage supérieur. Leur croissance en hauteur a probablement toujours été grande à cause de leur position serrée et de leur vitalité inhérente. A un âge

Tableau 4

Ages	Classe 0,200 cm/an			Classe 0,250 cm/an			Classe 0,300 cm/an		
	$y'$	$r_{(e);t}$	accroissement moyen annuel	$y'$	$r_{(e);t}$	accroissement moyen annuel	$y'$	$r_{(e);t}$	accroissement moyen annuel
60		12,000	0,200		15,000	0,250		18,000	0,300
55	0,122	11,390	0,207	0,123	14,385	0,262	0,258	16,710	0,304
50	0,130	10,740	0,215	0,134	13,715	0,274	0,270	15,360	0,307
45	0,139	10,045	0,223	0,148	12,975	0,288	0,283	13,945	0,310
40	0,149	9,300	0,233	0,164	12,155	0,304	0,299	12,450	0,311
35	0,162	8,490	0,243	0,184	11,235	0,321	0,318	10,860	0,310
30	0,177	7,605	0,254	0,208	10,195	0,340	0,339	9,165	0,306
25	0,197	6,620	0,265	0,240	8,995	0,360	0,366	7,335	0,293
20	0,223	5,505	0,275	0,281	7,590	0,380	0,400	5,335	0,267
15	0,259	4,210	0,281	0,339	5,895	0,393	0,444	3,115	0,208

plus avancé, lorsque la croissance en hauteur maximale est dépassée, le peuplement est éclairci par des coupes progressives, d'où il résulte une augmentation relativement grande de la grosseur à un âge plus avancé.

#### 25. La signification de $V$ par rapport à l'excentricité

Du travail de Muller [9] et en tenant compte des résultats du paragraphe précédent, nous pourrions retenir l'impression que la relation entre  $V$  et  $e$  est très forte. D'autant plus que le diamètre maximal (ainsi que l'excentricité) est dans plusieurs cas orienté dans la direction des vents dominants et nous pourrions aisément en tirer des conclusions prématurées, en disant que pour une excentricité relative croissante, nous devrions obtenir une ellipse plus aplatie. Pour examiner cette question, nous sommes parti des résultats des paragraphes précédents; résultats dans lesquels nous avons repris au hasard une cinquantaine de paires  $e/V$ , appartenant à des âges différents.

Le calcul de la régression entre  $V$  et  $e$  nous donne le résultat suivant (voir la figure 10) :

$$e = -1,7149 + 1,6309 V$$

avec  $1,030 \leq V \leq 1,180$   
 $0,013 \leq e \leq 0,114$

et comme coefficient de corrélation  $r = 0,2534$

pour  $F = \frac{r^2 (N - 2)}{1 - r^2} = 3,2936 (N = 50)$

Par interpolation dans la table de  $F$  (Linder [8]) pour  $P = 0,05$ , nous trouvons pour  $N_1 = 1$  et  $N_2 = 48$  une valeur de 4,043. Nous en déduisons qu'au seuil 0,05 nous ne rejetons pas l'hypothèse nulle  $H_0 : \rho = 0$ ,  $H_1 : \rho \neq 0$ ; ce qui fait qu'on peut considérer  $V$  et  $e$  comme indépendants l'un de l'autre. Ceci signifie que, pour une augmentation de l'excentricité de l'arbre, l'ellipse ne tend pas à devenir plus aplatie.

Certaines indications laissant supposer que la grandeur de  $V$  est en rapport avec le fait que la position de la cime est libre ou non, doivent être cherchées dans l'évolution de ce paramètre avec le temps. Du fait que nous avons ajusté une parabole, nous pouvons conclure directement que pour chaque classe, les changements de  $V$  sont les plus grands entre 10 et 20 ans. Pour les peuplements de pins de Corse, ceci correspond à la période allant de la première fermeture des cimes jusqu'à la première éclaircie. Depuis ce moment, l'augmentation de  $V$  diminue peu à peu pour atteindre aux

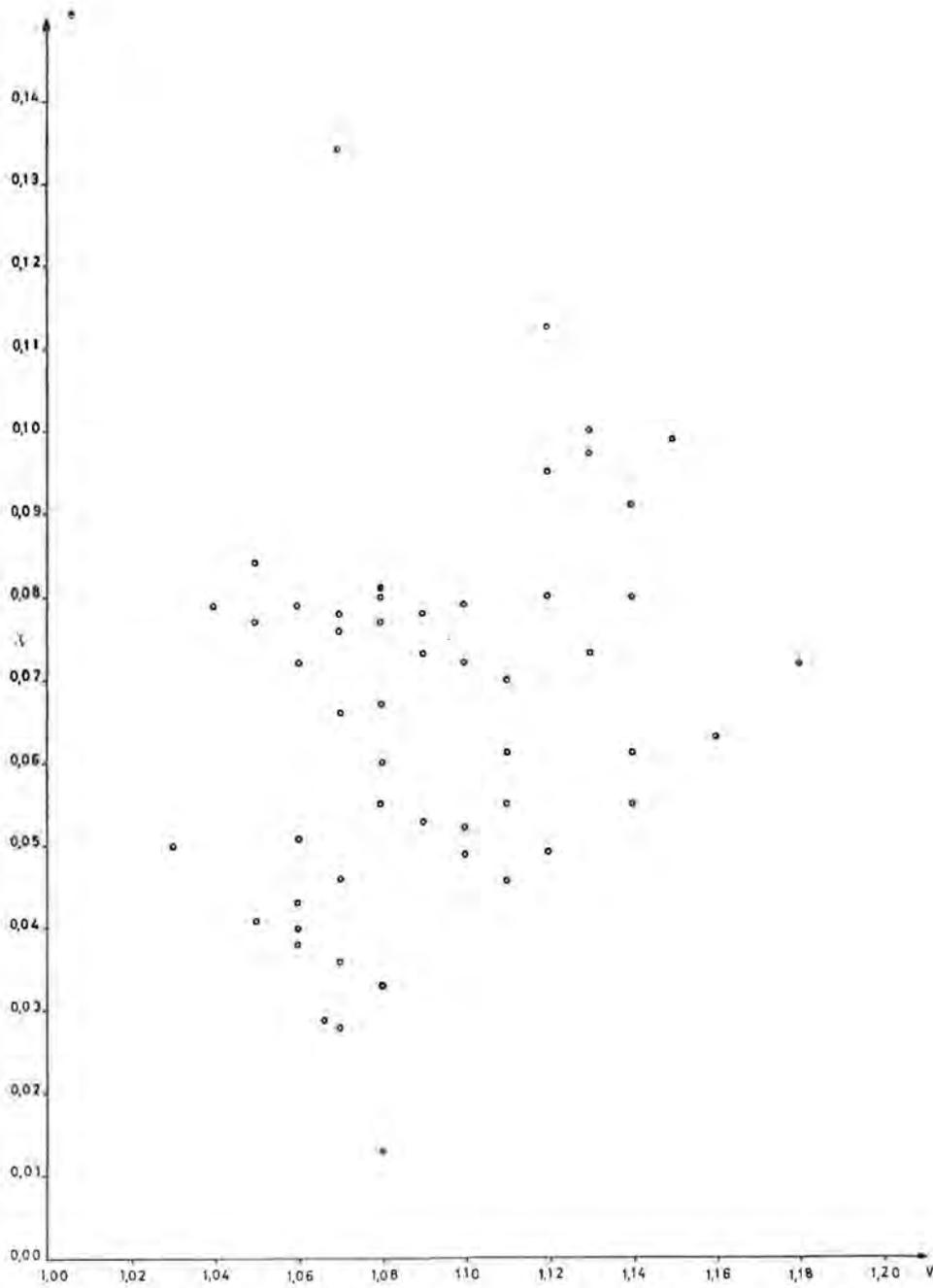


Fig.10- Représentation graphique du rapport entre l'excentricité relative (e) et la forme de la surface terrière (V).

environs de 50 à 60 ans une valeur constante. Dans notre opinion ce phénomène peut être rapporté au fait que des coupes successives engendrent finalement un peuplement dans lequel les cimes des arbres restants (dominants) sont devenues de plus en plus symétriques, et où les arbres se trouvent complètement libres. A partir de ce moment nous pouvons admettre, que la croissance de la surface terrière deviendra plus régulière dans toutes les directions, ce qui fait que la valeur de  $V$  commencera à nouveau à diminuer.

Les différences de niveau entre les arbres (classes  $Vg_1$ ) doivent donc être recherchées dans les divers événements qui marquent le cours de la période de croissance de chaque individu. Les individus qui appartiennent aux classes  $Vg$  les plus basses sont ceux qui dès les premières années ont échappé à l'influence des arbres qui les entourent, ou ceux qui durant la plus grande partie de leur croissance ont subi une influence homogène de leurs voisins. Les classes  $Vg_1$  les plus hautes comprendraient au contraire des arbres dont la cime est plus asymétrique.

Enfin il n'est pas tout à fait exclu, que l'hérédité puisse jouer un certain rôle de sorte que des situations et des circonstances de croissance égales, pourraient quand même engendrer des différences  $Vg$  importantes.

La figure 11 représente la surface terrière d'un arbre à développement précoce, qui a pratiquement passé toute sa vie dans la strate dominante. Cette surface terrière présente une excentricité inhabituelle qui est la conséquence de l'effet du vent sur une cime bien développée et pourvue de beaucoup de branches. Pour ce qui est de la forme, celle-ci se rapproche malgré tout assez fort d'un cercle, ce qui peut être le résultat d'une position isolée durant les dernières années. Ce cas extrême, où nous trouvons la combinaison d'une grande valeur de  $c$  avec une petite valeur de  $V$ , est sûrement un exemple frappant, et en tout cas une bonne illustration des hypothèses formulées ci-dessus.

### 3. Calcul de la croissance de la surface terrière pour le pin de Corse

#### 31. Valeurs des paramètres

Des déterminations et des calculs précédents il s'ensuit, qu'en principe, la forme et la croissance de la surface terrière de *Pinus nigra* var. *calabrica* Schn. peuvent être calculées pour n'importe quelle combinaison de  $Vg$ ,  $e_g$  (ou  $e$ ) et  $G_g$ , à condition que les valeurs des paramètres soient situées entre les limites déterminées ci-dessus.



Fig.11 -Photo de la surface terrière d'un pin de Corse, ayant une excentricité relative inhabituelle et une forme qui se rapproche assez fort d'un cercle.

En effet la formule générale permet de calculer la grandeur du rayon  $r_{(u;t)}$  en fonction de  $\theta$  (ou  $u$ ) et  $t$ , comme suit :

$$r_{(u;t)} = r_{(e;t)} \frac{-e \cos \theta + \sqrt{e^2 \cos^2 \theta - (\cos^2 \theta + V_t^2 \sin^2 \theta) (e^2 - V_t)}}{\cos^2 \theta + V_t^2 \sin^2 \theta}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{(e;t)} = r_{(e;t+\Delta t)} - \Delta t \left( k_0 + k_1 \log \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) + k_2 \log^2 \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right) \\ r_{(e;60)} = 60 Gg_1 \\ \Delta t = 5 \\ k_0, k_1 \text{ et } k_2 \text{ fonction de } Gg_1 \text{ (cfr. tableau 3)} \\ V_t = A_1 t^2 + B_1 t + C_1 \\ A_1, B_1 \text{ et } C_1 \text{ fonction de } Vg_1 \text{ (cfr. tableau 2)} \\ e = e_g \end{array} \right.$$

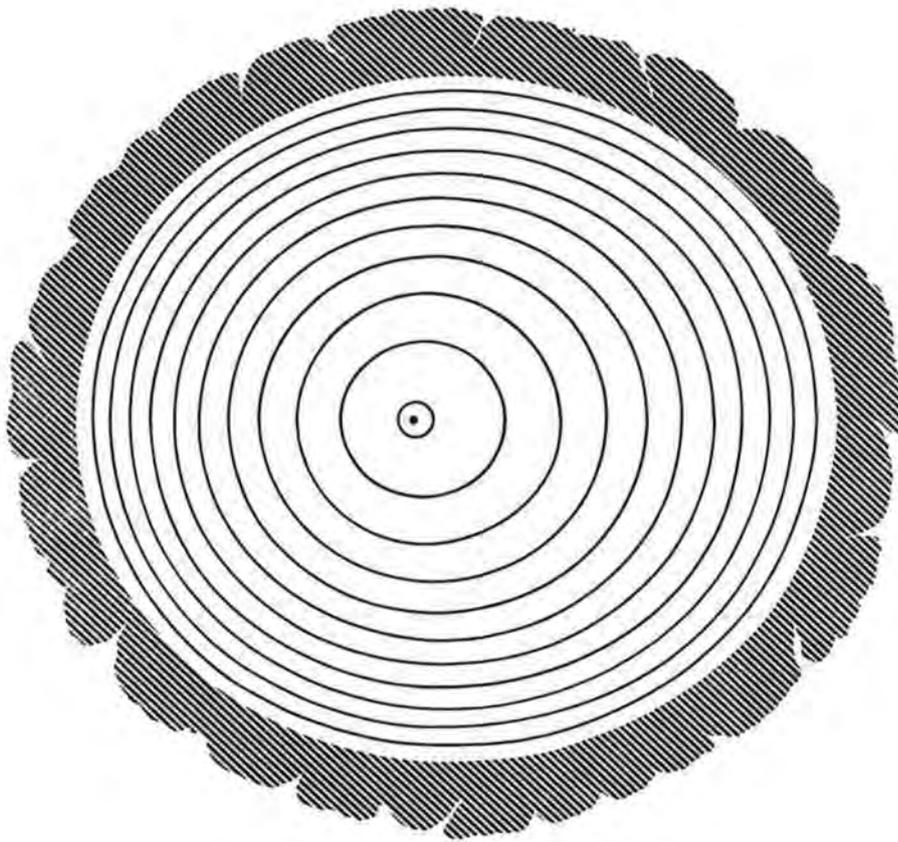
Dans le paragraphe suivant nous avons calculé avec un intervalle de cinq ans, l'évolution de la croissance pour quelques combinaisons de  $Vg_1$ ,  $Gg_1$  et  $e$ , pour des âges allant de 15 à 60 ans. L'intervalle fut pris ici égal à 15 degrés. Il en résulte que nous avons déterminé 24 rayons pour chaque âge et 240 rayons pour chaque combinaison de paramètres (\*).

Le tableau 5 donne un aperçu général des combinaisons employées. Nous pouvons remarquer que la première combinaison correspond pratiquement à la surface terrière moyenne, les trois paramètres étant chacun dans leur domaine respectif, situés à peu près centralement. Les deux combinaisons suivantes sont celles d'une valeur  $Vg_1$  relativement grande avec une petite valeur  $e$  et inversement. Enfin les deux dernières représentent des combinaisons de deux valeurs basses et de deux valeurs élevées. A partir de ce choix de combinaisons, il doit être possible d'obtenir une vue générale des sections de troncs qui peuvent être rencontrés chez le pin de Corse.

Tableau 5

n°	valeurs des paramètres		
	$Vg_1$	$e$	$Gg_1$
1	1,090	— 0,075	0,250
2	1,150	— 0,035	0,300
3	1,030	— 0,115	0,300
4	1,030	— 0,055	0,250
5	1,150	— 0,095	0,250

\* Tous ces calculs furent effectués avec l'ordinateur IBM 1620.



0 5 cm

Fig. 12 - Représentation de la surface terrière à l'âge de 60 ans, calculée pour la combinaison de paramètres :  $Gg_1 = 0,200$  cm/an,  $Vg_1 = 1,090$  et  $c = -0,115$ .

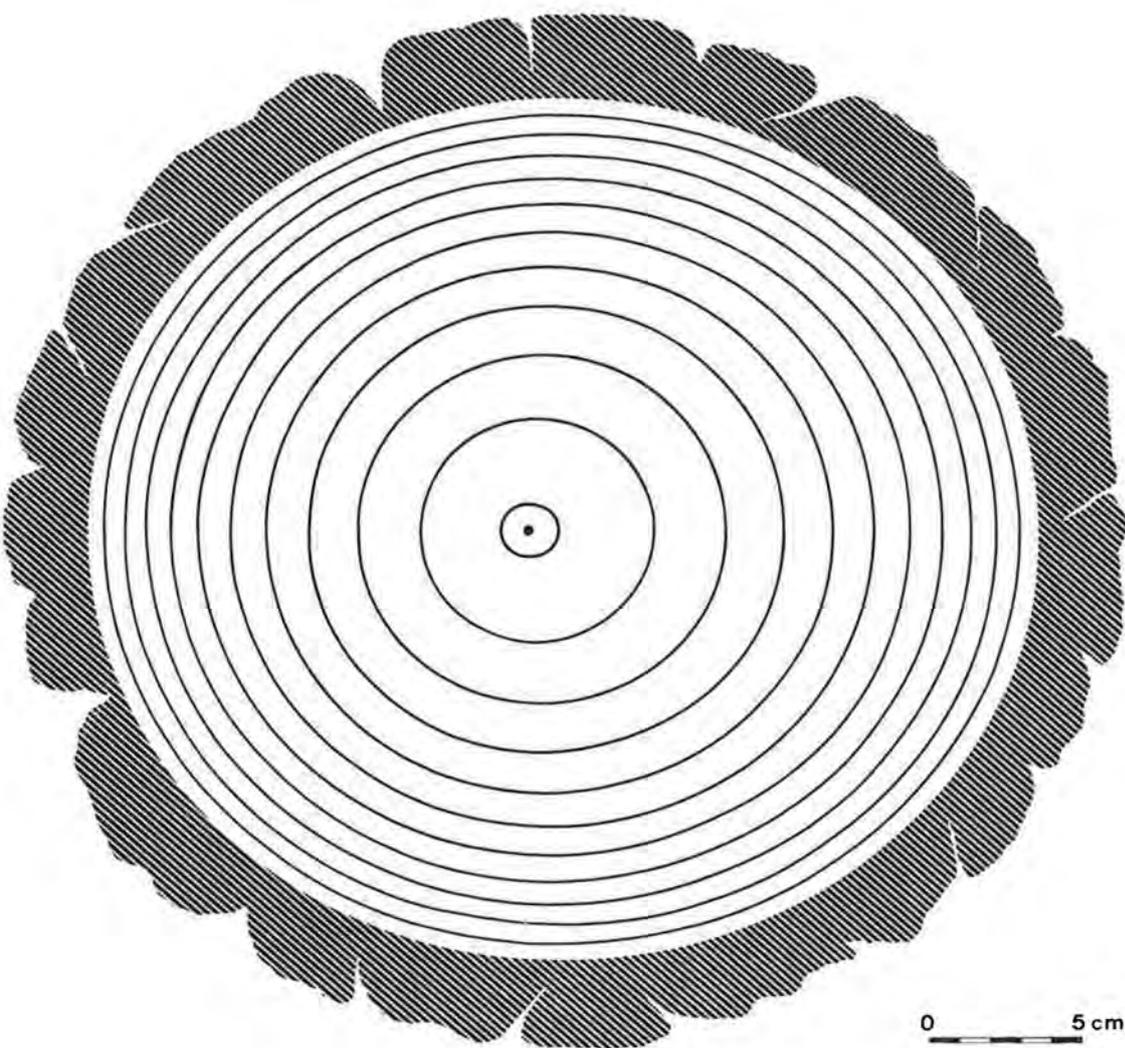


Fig. 13 - Représentation de la surface terrière à l'âge de 60 ans, calculée pour la combinaison de paramètres :  $Gg_1 = 0,250$  cm/an,  $Vg_1 = 1,090$  et  $e = -0,075$ .

### 32. *Calculs et résultats*

La grandeur des rayons calculés pour les âges de 15 jusque et y compris 60 ans, compte tenu des combinaisons de paramètres dont il fut question ci-dessus, est donnée dans les tableaux de 6 à 9.

Puisque les ellipses calculées sont symétriques par rapport à la direction du rayon maximum ( $u=1$ ) et minimum ( $u=13$ ), nous n'avons repris dans ces tableaux que les valeurs concernant les treize premiers rayons.

Dans les figures 12 et 13 nous avons représenté schématiquement les résultats des calculs pour deux combinaisons de paramètres. En vue du dessin, nous avons également calculé les valeurs des rayons pour les âges de 5 et 10 ans. Bien que les formules établies ci-dessus ne soient strictement valables que pour le domaine de  $t$  situé entre 15 jusque et y compris 60 ans, cette formule donne pour les deux âges considérés, une bonne image de la situation réelle.

Etant donné que chez le pin de Corse il existe un rapport linéaire entre la grandeur de rayon représentatif et la grosseur de l'écorce, il fut très facile également de représenter dans les deux dessins, la grosseur moyenne de l'écorce.

### 4. **Conclusions**

En plus de la croissance générale de la surface terrière, plusieurs données peuvent être déduites de la formule de base; notamment le calcul de l'erreur de pourcentage sur une mesure de rayon de la direction  $u$  et d'âge  $t$ , la situation du rayon représentatif en fonction du temps, etc...

L'évolution des erreurs de pourcentages  $Er_{(u;t)}$  sur les rayons, calculés par rapport au rayon représentatif en fonction de l'angle  $\theta$ , pour les âges de 15 jusque et y compris 60 ans et pour une paire de combinaisons de  $e$  et de  $V_t$ , est donnée dans les figures 13 et 14. La combinaison de la figure 13 nous donne à nouveau une situation moyenne pour la surface terrière du pin de Corse, tandis que la figure 14 nous donne l'image de la situation telle qu'elle est pour les valeurs de  $e$  et  $V_t$  les plus grandes.

Dans ces cas (et aussi pour d'autres) les courbes correspondant aux âges compris entre 15 et 60 ans sont situées complètement dans la zone délimitée par les deux courbes correspondant aux âges cités plus haut.

De ces représentations graphiques nous pouvons déduire deux conclusions importantes :

1° Etant donné que chez le pin de Corse l'excentricité relative paraît être constante dans le temps, mais que la valeur  $V_t$  par

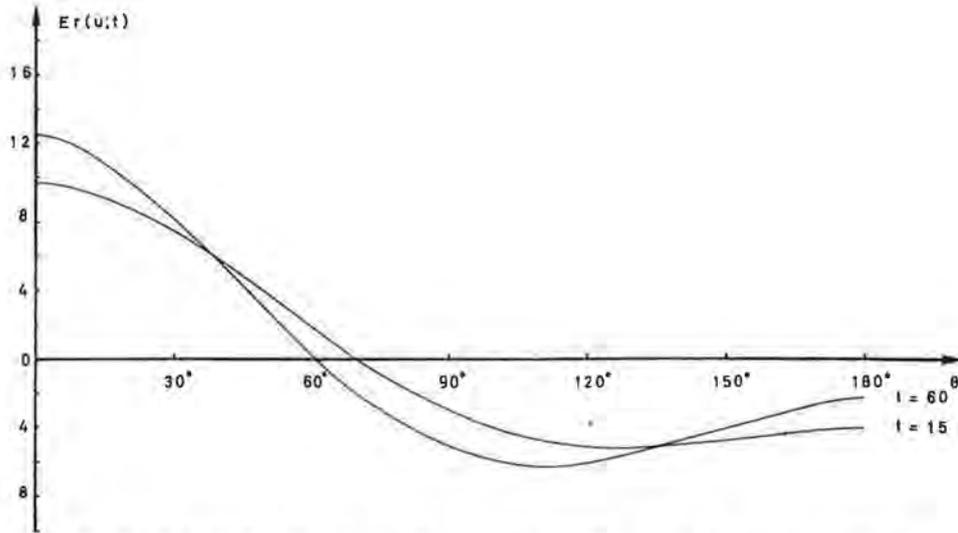


Fig. 14-L'évolution des erreurs de pourcentages  $Er(u;t)$  sur les rayons, calculés par rapport au rayon représentatif en fonction de l'angle  $\theta$  et pour la combinaison de paramètres  $e = -0,075$  et  $V_t = 1,090$ .

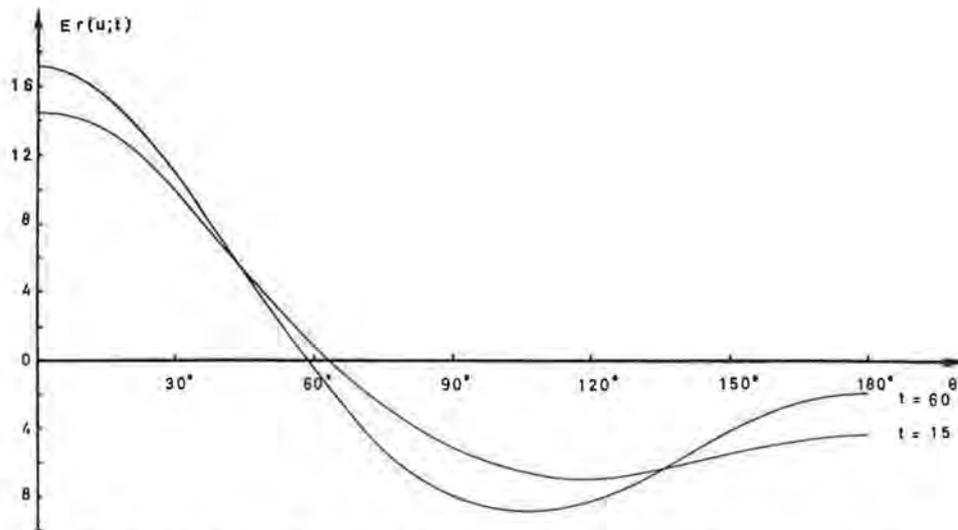


Fig. 15-L'évolution des erreurs de pourcentage  $Er(u;t)$  sur les rayons, calculés par rapport au rayon représentatif en fonction de l'angle  $\theta$  et pour la combinaison de paramètres  $e = -0,115$  et  $V_t = 1,150$ .

Tableau 6

$$Gg = 0,250 \quad e = 0,075 \quad Vg = 1,090$$

âge t en années	valeur du rayon $r(u;t)$ en cm pour diverses directions de u ( $\Delta \theta = 15^\circ$ )													valeur de $r(e;t)$ en cm
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
60	16,85	16,69	16,24	15,66	15,07	14,59	14,26	14,10	14,10	14,22	14,39	14,54	14,60	15,00
55	17,17	16,01	15,58	15,02	14,46	13,99	13,67	13,52	13,52	13,64	13,81	13,95	14,01	14,38
50	15,40	15,25	14,85	14,32	13,79	13,34	13,04	12,90	12,90	13,00	13,16	13,29	13,35	13,71
45	14,56	14,42	14,05	13,55	13,05	12,64	12,35	12,21	12,21	12,30	12,44	12,56	12,61	12,97
40	13,62	13,49	13,15	12,70	12,24	11,86	11,59	11,46	11,45	11,52	11,65	11,75	11,79	12,15
35	12,56	12,45	12,15	11,74	11,33	10,98	10,74	10,61	10,59	10,65	10,75	10,84	10,88	11,23
30	11,37	11,27	11,01	10,66	10,30	9,99	9,77	9,65	9,62	9,66	9,74	9,81	9,84	10,19
25	10,00	9,92	9,71	9,41	9,11	8,85	8,65	8,54	8,51	8,53	8,58	8,63	8,65	9,00
20	8,40	8,34	8,18	7,95	7,71	7,49	7,33	7,23	7,19	7,19	7,22	7,25	7,27	7,59
15	6,50	6,46	6,34	6,18	6,01	5,85	5,72	5,64	5,60	5,59	5,60	5,61	5,61	5,90

(Le rayon maximum se trouve toujours selon la direction de  $u = 1$ )

Tableau 7

$Gg = 0,300$       $e = -0,035$       $Vg = 1,150$

âge en années	valeur du rayon $r_{(u;t)}$ en cm pour diverses directions de $u$ ( $\Delta \theta = 15^\circ$ )													valeur de $r_{(e;t)}$ en cm
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
60	20,01	19,75	19,09	18,27	17,52	16,97	16,70	16,72	17,02	17,51	18,09	18,56	18,75	18,00
55	18,57	18,34	17,73	16,96	16,26	15,76	15,51	15,53	15,80	16,26	16,79	17,23	17,41	16,71
50	17,06	16,85	16,29	15,60	14,96	14,50	14,27	14,29	14,53	14,95	15,43	15,83	15,99	15,36
45	15,47	15,28	14,78	14,16	13,59	13,18	12,97	12,98	13,20	13,57	14,00	14,35	14,49	13,94
40	13,78	13,62	13,19	12,65	12,15	11,79	11,60	11,61	11,80	12,12	12,49	12,79	12,91	12,45
35	11,99	11,85	11,49	11,04	10,62	10,31	10,15	10,16	10,31	10,58	10,88	11,13	11,23	10,86
30	10,08	9,97	9,69	9,32	8,98	8,73	8,59	8,60	8,72	8,93	9,17	9,37	9,44	9,16
25	8,04	7,96	7,74	7,47	7,20	7,01	6,91	6,90	6,99	7,14	7,32	7,47	7,52	7,33
20	5,82	5,77	5,62	5,44	5,26	5,12	5,05	5,04	5,10	5,20	5,32	5,41	5,45	5,34
15	3,38	3,35	3,28	3,18	3,08	3,01	2,97	2,96	2,99	3,04	3,10	3,15	3,16	3,12

(Le rayon maximum se trouve toujours selon la direction de  $u = 1$ )

Tableau 8

$$Gg = 0,300 \quad e = -0,115 \quad Vg = 1,030$$

âge t en années	valeur du rayon $r_{(u;t)}$ en cm pour diverses directions de u ( $\Delta \theta = 15^\circ$ )													valeur de $r_{(e;t)}$ en cm
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
60	20,43	20,29	19,90	19,33	18,70	18,08	17,53	17,08	16,75	16,52	16,38	16,31	16,29	18,00
55	18,97	18,84	18,47	17,95	17,36	16,78	16,27	15,86	15,55	14,34	15,21	15,15	15,13	16,71
50	17,44	17,32	16,98	16,50	15,96	15,43	14,96	14,58	14,30	14,10	13,98	13,92	13,90	15,36
45	15,82	15,71	15,41	14,98	14,49	14,01	13,59	13,24	12,98	12,80	12,69	12,63	12,61	13,94
40	14,11	14,01	13,75	13,38	12,95	12,52	12,14	11,83	11,59	11,43	11,32	11,26	11,24	12,45
35	12,29	12,21	11,99	11,68	11,31	10,94	10,61	10,34	10,12	9,97	9,87	9,81	9,79	10,86
30	10,35	10,29	10,11	9,85	9,56	9,25	8,98	8,74	8,55	8,41	8,31	8,26	8,24	9,16
25	8,26	8,21	8,08	7,89	7,66	7,43	7,20	7,01	6,85	6,72	6,64	6,59	6,57	7,33
20	5,99	5,96	5,88	5,74	5,59	5,42	5,26	5,11	4,99	4,89	4,82	4,78	4,76	5,34
15	3,49	3,47	3,43	3,36	3,27	3,18	3,08	2,99	2,92	2,85	2,81	2,78	2,77	3,12

(Le rayon maximum se trouve toujours selon la direction  $u = 1$ )

**Tableau 9**

$Gg = 0,250$        $e = -0,055$        $Vg = 1,030$

âge t en années	valeur du rayon $r(u;t)$ en cm pour diverses directions de u ( $\Delta \theta = 15^\circ$ )													valeur de $r(e;t)$ en cm
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
60	16,12	16,05	15,83	15,54	15,21	14,92	14,68	14,52	14,44	14,42	14,43	14,46	14,47	15,00
55	15,47	15,39	15,19	14,90	14,59	14,30	14,07	13,92	13,84	13,83	13,85	13,87	13,88	14,38
50	14,74	14,67	14,48	14,21	13,91	13,64	13,42	13,27	13,20	13,18	13,20	13,22	13,23	13,71
45	13,94	13,87	13,70	13,44	13,17	12,91	12,70	12,57	12,49	12,47	12,48	12,50	12,51	12,97
40	13,04	12,99	12,82	12,59	12,34	12,11	11,92	11,78	11,71	11,68	11,69	11,70	11,71	12,15
35	12,04	11,99	11,85	11,65	11,42	11,21	11,03	10,91	10,83	10,80	10,79	10,80	10,80	11,23
30	10,90	10,86	10,74	10,57	10,38	10,19	10,03	9,92	9,84	9,80	9,78	9,78	9,78	10,19
25	9,59	9,56	9,47	9,33	9,17	9,02	8,88	8,77	8,69	8,65	8,62	8,61	8,60	9,00
20	8,07	8,04	7,98	7,87	7,75	7,63	7,52	7,42	7,35	7,29	7,26	7,24	7,23	7,59
15	6,24	6,23	6,19	6,12	6,04	5,95	5,86	5,78	5,72	5,66	5,63	5,60	5,60	5,90

(Le rayon maximum se trouve toujours selon la direction  $u = 1$ )

Tableau 10

 $Gg = 0,250$        $e = 0,095$        $Vg = 1,150$ 

âge t en années	valeur du rayon $r_{(u;t)}$ en cm pour diverses directions de u ( $\Delta \theta = 15^\circ$ )													valeur de $r_{(e;t)}$ en cm
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
60	17,57	17,30	16,61	15,74	14,91	14,27	13,87	13,71	13,78	14,02	14,34	14,61	14,72	15,00
55	16,85	16,60	15,93	15,10	14,31	13,69	13,30	13,15	13,22	13,45	13,75	14,01	14,12	14,38
50	16,05	15,81	15,18	14,39	13,65	13,06	12,69	12,55	12,61	12,82	13,10	13,35	13,45	13,71
45	15,17	14,94	14,36	13,62	12,92	12,37	12,03	11,89	11,94	12,13	12,39	12,61	12,70	12,97
40	14,18	13,98	13,45	12,77	12,12	11,62	11,29	11,16	11,19	11,36	11,59	11,79	11,87	12,15
35	13,08	12,90	12,42	11,81	11,23	10,77	10,47	10,84	10,36	10,50	10,70	10,88	10,94	11,23
30	11,83	11,67	11,26	10,73	10,21	9,80	9,53	9,41	9,42	9,53	9,69	9,84	9,89	10,19
25	10,40	10,27	9,92	9,48	9,04	8,68	8,44	8,33	8,33	8,41	8,54	8,65	8,69	9,00
20	8,74	8,63	8,36	8,01	7,65	7,36	7,16	7,06	7,04	7,10	7,18	7,26	7,29	7,59
15	6,75	6,68	6,48	6,23	5,97	5,75	5,59	5,51	5,48	5,51	5,56	5,61	5,63	5,90

(Le rayon maximum se trouve toujours selon la direction  $u = 1$ )

contre est une fonction quadratique du temps, la place où s'effectue la mesure du rayon ou celle où se prélève la carotte de sondage, sera d'importance primordiale en ce qui concerne la grandeur des erreurs systématiques sur les mesures du rayon représentatif (ou du diamètre de la surface terrière) et l'accroissement.

- 2° De la représentation graphique 14 (combinaison de paramètres défavorable) on peut déduire que pour un échantillonnage aléatoire, les erreurs auront une distribution asymétrique dans laquelle l'erreur positive maximum sera située aux environs de 18 à 20 %, et l'erreur négative maximum aux environs de 8 à 10 %. Les surfaces calculées à partir de ces rayons auront donc une erreur pouvant se situer entre + 40 et - 20 %.

Le développement de la formule de croissance mentionnée ci-dessus pour la surface terrière de *Pinus nigra* var. *calabrica* Schn., nous a permis en outre d'établir toute une série de formules et de graphiques qui peuvent être utiles pour l'étude d'autres essences forestières et d'autres problèmes.

En ce qui concerne plus particulièrement la surface terrière du pin de Corse, le présent travail nous a permis de mettre en évidence plusieurs constatations intéressantes :

- 1° Le changement de forme de la surface terrière en fonction du temps ( $V_t = f(t)$ ).
- 2° L'évolution de l'excentricité en fonction du temps et la valeur constante de l'excentricité relative ( $e$ ).
- 3° L'accroissement de la surface terrière (rayon représentatif  $r_{(e;t)}$  et la répartition des arbres en trois classes d'accroissement ( $G_{g_1}$ ), chacune présentant une évolution de croissance très typique.

#### LITTÉRATURE

1. BACKMAN, G. — Das Wachstum der Bäume. *Roux'Archiv* 141 (1940)
2. COULMY, G. — Exploitation des relevés expérimentaux. *Manuels de calculs techniques* — Vol IV (1962)
3. GOOSSENS, R. — Recherche sur la validité de l'application de la formule de Backman à la croissance en hauteur. *I.U.F.R.O.* — 13 *Kongress-Wien*, Band 2, Teil 2 (1961)
4. GOOSSENS, R. — Theoretische berekeningen van aanwas- en hoogte-groei van bosbestanden. *Med. v.d. Rijkslandbouwhogeschool te Gent* — Deel XXVII nr. 1 (1962)
5. GOOSSENS, R. — Studie van de vorm, de oppervlakte en de groei van het grondvlak, in het bijzonder bij *Pinus nigra* var. *calabrica* Schn. *Doctoraal Proefschrift* — Rijkslandbouwhogeschool te Gent (1965).
6. GOOSSENS, R. — Theoretische berekeningen van systematische fouten bij de bepaling van de oppervlakte van het grondvlak. *Med. v.d. Rijksfaculteit Landbouwwetenschappen te Gent* — Deel XXXI, nr 4 (1966).

7. GOOSSENS, R. — Aanpassing van groei- en aanwasformule van Backman bij ontbreken van gegevens uit de eerste levensjaren. *Med. v.d. Rijksfaculteit Landbouwetenschappen te Gent* — Deel XXXI, nr. 4 (1966)
8. LINDER, A. — Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure. *Verlag Birkhäuser* — Basel (1951)
9. MÜLLER, G. — Untersuchungen über Querschnittsformen der Baumschäfte. *Forstwissenschaftliche Centralblatt* — Bd. 76, nr. 76 (1957)
10. THOMASIUS, H. — Untersuchungen über systematische Fehler bei der Ermittlung des Höhenwachstums und des Höhenzuwachses von Einzelbäumen. *Archiv für Fortwesen* — Band 11, nr. 2 (1962)
11. THOMASIUS, H. — Diskussion der Backmanschen Wachstums- und Zuwachsfunktion und der Methoden zur Bestimmung ihrer Konstanten. *Archiv für Fortwesen* — Band 11, nr. 9 (1962)

## RÉSUMÉ

Dans cette étude nous nous sommes servis du fait que la surface terrière d'un arbre à un moment  $t$ , peut être caractérisée par les paramètres  $r_{(e)}$ ,  $V$  et (voir figure 1).

Étant donné que nous avons supposé que la forme de la surface terrière est elliptique, il est logique de concrétiser la grandeur de cette surface terrière par le rayon représentatif, qui est le rayon du cercle ayant la même surface que la surface terrière elliptique considérée. L'introduction de ce paramètre permettra par conséquent l'application à une surface terrière elliptique, la plupart des formules de la dendrométrie qui se rapportent à une surface terrière circulaire.

Le second paramètre  $V$  est une mesure de la forme de la surface terrière; il représente le rapport entre le grand axe et le petit axe de l'ellipse. C'est-à-dire en pratique le rapport entre le diamètre maximum  $d_2$  et le diamètre  $d_1$  qui est perpendiculaire sur  $d_2$  (formules 2 et 2').

Le troisième paramètre  $x_0$  représente l'excentricité, qui est une mesure de la différence entre le centre géométrique de l'ellipse ( $O$ ) et le centre de l'arbre ( $M$ ). Pour des raisons pratiques, nous avons travaillé ici avec l'excentricité relative  $e$ , calculée selon la formule 3.

A partir d'une formule développée antérieurement (Goossens [4]), il est possible de calculer le rayon descriptif  $r_{(u)}$  pour une ou plusieurs directions principales  $u$ , ou valeurs angulaires de  $\theta$  par rapport au rayon maximum (axe- $x$ ).

Dans cette étude nous avons essayé de transformer cette formule statique en une formule de croissance dont la représentation générale est donnée par la formule 5. Pratiquement nous désirons donc étudier l'évolution des paramètres  $r_{(e)}$ ,  $V$  et  $e$  en fonction du temps.

Les observations furent effectuées à partir d'un échantillon composé d'une cinquantaine de sections de troncs de pins de Corse, âgés de 60 ans et coupés à une hauteur de 1.30 m au-dessus du sol. Après avoir aplani leur surface, nous avons mesuré pour chaque section de tronc pour les âges de 60, 55, ..., jusque et y compris 15 ans, le rayon maximum sans écorce et le rayon prolongeant le premier (voir figure 2). La somme de ces deux rayons nous donne la valeur de  $d_2$ , tandis que la direction de ces rayons représente l'axe  $x$  dans le modèle théorique de la figure 1. Nous avons planimétré ensuite la surface  $O_t$  pour chaque section de tronc et pour les âges de 60, 55, ..., 15 ans. A partir de ces mesures et à l'aide des formules 6 et 8, il était possible de calculer les paramètres  $r_{(e;t)}$  et  $V_t$ . L'excentricité relative peut alors être déterminée en divisant la différence entre  $d_{2(t)}$  et  $d_{1(t)}$  par le rayon représentatif correspondant.

Comme nous disposons d'un total de cinq cents observations par paramètre, il fut nécessaire de condenser ces observations en un certain nombre de classes. Comme norme pour les classes ( $V_g$ ) du paramètre  $V_t$ , nous avons

pris la moyenne des dix valeurs  $V_t$ , appartenant à une même section de tronc. Pour la subdivision en classes ( $c_g$ ) de l'excentricité relative, nous avons suivi le même processus. Pour le rayon représentatif par contre, la division en classes ( $G_g$ ) fut basée sur la croissance moyenne du rayon à l'âge de 60 ans.

Nous avons également effectué un ajustement pour la forme et pour l'excentricité relative selon deux directions, à savoir un premier selon la relation paramètre/temps et un second selon la relation paramètre/moyenne de classe. Les résultats des calculs effectués pour le paramètre  $V_t$  sont reproduits dans le tableau 2 et sont représentés dans la figure 6. Il en découle que la forme de la surface terrière semble être une fonction quadratique du temps. L'excentricité relative par contre semble rester constante, ce qui fait que  $c_t$  devient égal à  $c_g$  (voir figure 8).

Pour pouvoir caractériser l'évolution du rayon représentatif en fonction du temps, nous avons, pour des raisons pratiques, utilisé les formules de croissance de Backman. Les résultats obtenus pour les trois classes de croissance retenues sont reproduits dans le tableau 3 et représentés dans la figure 9.

A partir des formules de croissance ainsi développées (voir paragraphe 31) nous avons calculé la valeur du rayon descriptif pour les diverses classes d'âges pour un certain nombre de combinaisons de paramètres. Les résultats sont reproduits dans les tableaux 6 jusqu'à 10. La première combinaison de paramètres considérée, représente une situation moyenne pour la surface terrière des pins de Corse étudiés. Dans les figures 12 et 13 nous avons représenté deux de ces combinaisons.

Comme application de la formule nous avons recherché ensuite, la grandeur de l'erreur de pourcentage  $Er_{(0;0)}$  sur une mesure de rayon. Nous pouvons conclure de la figure 14 (combinaison de paramètre défavorable) que pour un échantillonnage aléatoire, les erreurs systématiques sur le rayon (par rapport au rayon représentatif) présentent une distribution asymétrique, avec une erreur maximale positive pouvant atteindre 18 à 20 % et une erreur maximale négative pouvant atteindre 8 à 10 %. Les surfaces calculées à partir de ces rayons seront par conséquent affectées d'une erreur pouvant atteindre de +40 à -20 %. Etant donné que dans la figure 14, la distribution de l'erreur de pourcentage pour les diverses classes d'âges considérées, se trouvent complètement comprises dans le domaine limité par les âges de 15 et 60 ans, nous pouvons conclure que l'âge d'un arbre a une influence assez peu considérable sur la grandeur des erreurs mentionnées ci-dessus.

## SAMENVATTING

### Experimentele groeiformule voor het grondvlak van *Pinus nigra var. calabrica* Schn.

In deze studie werd gebruik gemaakt van het feit dat het grondvlak van een boom op een ogenblik  $t$ , door de parameters  $r(c)$ ,  $V$  en  $e$  kan worden gekarakteriseerd (figuur 1). Vermits als vorm van het grondvlak een ellips werd vooropgesteld, lag het voor de hand de grootte van dit grondvlak in de representatieve straal te konkretiseren. Hierdoor wordt verstaan de straal van een cirkel met dezelfde oppervlakte als het beschouwde ellipsvormig grondvlak (cfr. formule 1). Door het invoeren van deze parameter kunnen bijgevolg de meeste formules uit de dendrometrie die betrekking hebben op een cirkelvormig grondvlak, eveneens op het ellipsvormig grondvlak worden toegepast.

De tweede parameter  $V$  is een maat voor de vorm van het grondvlak en stelt de verhouding voor van de grote tot de kleine as van de ellips, of in de praktijk de verhouding van de maximum diameter  $d_2$  tot de diameter  $d_1$  loodrecht op de eerste (formules 2 en 2').

De derde parameter  $x_0$  stelt de zgn. excentriciteit voor, die een maat is voor het verschil tussen het meetkundig centrum van de ellips ( $O$ ) en het boomcentrum of merg ( $M$ ). Om praktische redenen werd hier met de relatieve excentriciteit  $e$  gewerkt, berekend volgens formule 3.

Met een reeds vroeger uitgewerkte formule (Goossens (4)) is het nu mogelijk de beschrijvende straal  $r(u)$  te berekenen voor één of meerdere richtingen  $u$  of hoekwaarden van  $\theta$  t.o.v. de maximum straal ( $x$ -as). In deze studie is nu gepoogd om deze statische formule uit te werken tot een groeiformule, waarvan de algemene uitdrukking in formule 5 is weergegeven. Praktisch kwam het er bijgevolg hierop neer het verloop van de parameters  $r(c)$ ,  $V$  en  $e$  in functie van de tijd nader te onderzoeken.

Hiervoor werd gebruik gemaakt van een vijftigtal stamschijven van 60-jarige corsica-den, genomen op 1.30 m boven de grond. Na gladschaven van hun oppervlak, werden op elke stamschijf voor de leeftijden 60, 55, ... tot en met 15 jaar, de maximum straal zonder schors en de straal in het verlengde van de eerste gemeten (cfr. fig. 2). De som van beide levert  $d_2$  op, terwijl de richting hiervan de  $x$ -as van het theoretisch model uit figuur 1 voorstelt. Vervolgens werd voor elke stamschijf en bij diverse leeftijden 60, 55, ... 15, met behulp van een planimeter, de oppervlakte  $O_t$  bepaald. Aan de hand van deze metingen en de formules 6 en 8 konden respectievelijk de parameters  $r(c;t)$  en  $V_t$  worden berekend. De relatieve excentriciteit volgt uit het halve verschil tussen  $d_{2(t)}$  en  $d_{1(t)}$  gedeeld door de overeenkomstige representatieve straal.

Vermits er per parameter in totaal vijfhonderd waarnemingen beschikbaar waren, kon enkel een duidelijk en juist beeld van de situatie worden verkregen door het groeperen van deze waarnemingen in een aantal klassen. Voor de parameter  $V_{(t)}$  werd als norm voor de klassen ( $V_g$ ) het gemiddelde genomen van de tien  $V_t$ -waarden, behorende bij eenzelfde stamschijf. Voor de relatieve excentriciteit werd bij de klassenindeling ( $e_g$ ) dezelfde werkwijze gevolgd. Voor de representatieve straal daarentegen steunt de klassenindeling ( $G_g$ ) op de gemiddelde aanwas van deze straal op 60-jarige leeftijd.

Zowel voor de vorm als voor de relatieve excentriciteit werd een aanpassing gedaan in twee richtingen: nl. een eerste volgens de relatie parameter/tijd en een tweede volgens de relatie parameter/klassagemiddelde. De resultaten van deze berekeningen voor de parameter  $V_t$  zijn opgenomen in tabel 2 en voorgesteld in figuur 6; waaruit blijkt dat de vorm van het grondvlak een kwadratische functie is van de tijd. De relatieve excentriciteit daarentegen zou konstant blijven, waardoor  $e_t$  gelijk wordt aan  $e_g$  (cfr. figuur 8). Om het verloop van de representatieve straal in functie van de tijd te kunnen karakteriseren, werd om praktische redenen gebruik gemaakt van de aanwasformule van Backman. De resultaten hiervan zijn voor de drie vooropgestelde aanwasklassen opgenomen in tabel 3 en voorgesteld in figuur 9.

Met behulp van de aldus uitgewerkte groeiformule (cfr. par. 31) werden voor een aantal parameterkombinaties (cfr. tabel 5), de beschrijvende stralen bij diverse leeftijden berekend en opgenomen in de tabellen 6 tot en met 10. Hierin stelt de eerste parameterkombinatie zowat de gemiddelde toestand voor van het grondvlak der onderzochte corsica-dennen. In de figuren 12 en 13 werden een tweetal van die kombinaties in tekening gebracht.

Als toepassing op de formule werd tenslotte nagegaan hoe groot de procentische fout  $Er_{(u;t)}$  op een willekeurige straalmeting kan zijn. Uit de grafische voorstelling in figuur 14 (ongunstigste parameterkombinatie) kan worden afgeleid dat bij een aselechte monstername, de systematische fouten op de straal (t.o.v. de representatieve straal) een asymmetrische verdeling vertonen, waarbij de maximum positieve fout rond 18 à 20 % en de maximum negatieve fout rond 8 à 10 % kan gelegen zijn. De oppervlakten met deze stralen berekend, zullen bijgevolg een fout bezitten die ongeveer tussen + 40 en - 20 % kan liggen. Vermits in figuur 14 het verloop van de procentische fout voor de diverse leeftijden volledig binnen het gebied gelegen is, begrensd door de leeftijden 15 en 60 jaar kan hieruit afgeleid worden dat de leeftijd van de boom eerder een geringe invloed heeft op de grootte van hoger vernoemde fouten.